

Caccia al Tesoro Matematica

Pi Day 2024 - Università di Udine

Scuola Secondaria di Primo Grado

0A L'indovinello delle monete

Hai 10 monete che sembrano uguali, ma una è falsa e pesa meno. Con una bilancia a due piatti, quante pesate *minime* servono per essere sicuri di trovarla?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

Soluzione: Possiamo distinguere la moneta falsa con tre pesate: per prima cosa, dividiamo le monete in due gruppi da 5 e pesiamo i due gruppi. Scartiamo le monete del gruppo più pesante e mettiamo da parte una moneta nel restante gruppo. Dividiamo le 4 monete rimaste in due gruppi e pesiamo i due gruppi. Se la bilancia è in equilibrio, significa che la moneta falsa è quella che abbiamo messo da parte. Se invece la bilancia non è in equilibrio, sappiamo che la moneta falsa appartiene al gruppo più leggero. Mettendo a confronto le due monete di questo gruppo, la moneta falsa sarà la più leggera. In tutto abbiamo usato (al massimo) 3 pesate. Per convincerci che 2 pesate non bastano ragioniamo come segue: con una bilancia a due piatti ogni pesata ha 3 possibili esiti: 1. sinistra più leggera 2. destra più leggera 3. equilibrio. Quindi con 2 pesate i possibili risultati sono $3^2 = 9$. Ma le monete possibili false sono 10, quindi 2 pesate non possono bastare.

0B Il codice della serratura digitale

La serratura si apre con il numero che soddisfa: "Se lo dividi per 3 il resto è 2, se lo dividi per 5 il resto è 3, se lo dividi per 7 il resto è 4". Il numero è inferiore a 100. Qual è?

- A) 38
- B) 52
- A) 66
- Ø) 53

Soluzione: Ricordando che un numero ha lo stesso resto nella divisione per 3 della somma delle sue cifre, possiamo scartare il numero 52 (perchè il resto nella divisione per 3 è lo stesso di $5 + 2 = 7$, quindi il resto è 1) e 66 (ha resto 0 nella divisione per 3). Inoltre, 52 ha resto 2 nella divisione per 5, quindi rimane solo 53 ed è facile controllare che rispetta tutte le condizioni richieste.

0C La corsa dei canguri

Due piccoli canguri stanno facendo un gioco di salti, partendo dallo stesso punto nello stesso istante e guardando nello stesso verso. Il primo canguro, Sal, fa sempre salti lunghi 6 metri; l'altro canguro, Tino, fa un primo salto di 1 metro, il secondo salto di 2 metri, il terzo di 3 metri e così via. Se fanno un salto al secondo, dopo quanto tempo Tino raggiunge Sal?

- A) 13 secondi
- ~~B) 11 secondi~~
- C) 18 secondi
- D) 9 secondi

Soluzione: Vediamo la situazione un salto alla volta, calcolando quanta strada i due canguri hanno fatto in tutto. Sal fa

$06m \rightarrow 12m \rightarrow 18m \rightarrow 24m \rightarrow 30m \rightarrow 36m \rightarrow 42m \rightarrow 48m \rightarrow 54m \rightarrow 60m \rightarrow 66m \rightarrow 72m \dots$

mentre Tino fa

$01m \rightarrow 03m \rightarrow 06m \rightarrow 10m \rightarrow 15m \rightarrow 21m \rightarrow 28m \rightarrow 36m \rightarrow 45m \rightarrow 55m \rightarrow 66m \rightarrow 78m \dots$

Dunque dopo 11 secondi hanno entrambi percorso $66m$ e Tino ha finalmente raggiunto Sal.

1A L'enigma del sacchetto

Un sacchetto contiene solo palline verdi e viola. Pescando a caso 5 palline, sei sempre sicuro che almeno una di queste sia verde; pescandone invece 6 sempre casualmente, sei sicuro che almeno una di queste sia viola. Quante palline ci sono al massimo nel sacchetto?

- A) 7
- B) 8
- ~~C) 9~~
- D) 10

Soluzione: Se pescando 5 palline sono sempre sicuro di averne una verde, allora avremo al massimo 4 palline non-verdi (e dunque viola). Ragionando allo stesso modo, se pescando 6 palline sono sempre sicuro di averne una viola, ciò significa che avremo al massimo 5 palline non-viola (e dunque verdi). Il totale di palline che possiamo avere al massimo è quindi di 9 palline.

1B Quadrati perfetti

Il 2025 è stato un anno matematicamente interessante perché 2025 è un quadrato perfetto (dunque è il prodotto di un numero per sé stesso). Quale sarà il prossimo anno con questa proprietà?

- A) 2115
- ~~B) 2116~~
- C) 2162
- D) 2209

Soluzione: Scomponendo in fattori primi, otteniamo che $2025 = 5^2 \cdot 9^2$ ovvero che $2025 = 45^2$. Il prossimo anno nel calendario che sarà un quadrato perfetto è dunque l'anno $46^2 = 2116$.

1C Gioco di carte

Sul banco ci sono cinque carte numerate con ordine rispettivo: 3, 4, 1, 5, 2. Si vuole metterle in ordine crescente: per far questo, a ogni passo, si possono solo scambiare di posto due carte (non necessariamente consecutive). Qual è il minor numero di passi che permette di avere le carte in ordine crescente?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

Soluzione:

Con un primo scambio invertiamo le posizioni delle carte 4 e 5 per ottenere la configurazione 3, 5, 1, 4, 2. Ora scambiando 2 e 5 questi ultimi si troveranno nella posizione corretta e si ha la disposizione 3, 2, 1, 4, 5. Infine effettuiamo un terzo e ultimo scambio delle carte 3 e 1 per ottenere l'ordine desiderato.

1D L'orologio

Un orologio digitale, ad un certo istante, segna le 10:10. Quanto tempo sarà trascorso quando l'orologio segnerà le 21:21?

- A) 38460 secondi
- A) 40260 secondi
- C) 42060 secondi
- D) 43860 secondi

Sono trascorse $21:21 - 10:10 = 11:11$ (11 ore e 11 minuti) che, convertiti in secondi, sono: $11 \times 3600 + 11 \times 60 = 39600 + 660 = 40260$ secondi.

1E Combinazioni di biscotti

Pasquale ha un pacchetto di biscotti con gocce di cioccolato, che contiene 7 biscotti con 7 gocce, 8 biscotti con 8 gocce e 9 con 9 gocce. Vuole mangiarne due con un totale di esattamente 16 gocce di cioccolato, pescandoli a caso dal pacchetto (senza reinserirli). Quant'è il numero minimo di biscotti che deve estrarre per essere sicuro di farcela?

- A) 3
- B) 4
- C) 8
- Ø) 11

Soluzione: Possiamo ottenere 16 come $8 + 8$ oppure come $9 + 7$, dunque non abbiamo successo quando abbiamo un solo 8 e solo un tipo tra 7 e 9. Le estrazioni "peggiori" sono quindi "8 + tutti i 7" e "8 + tutti i 9". La più lunga è la seconda, che è lunga 10, quindi estraendo 11 o più biscotti siamo sicuri di avere successo.

Auditorium La regola del caffè

La mia regola per il caffè è che se oggi è un giorno infrasettimanale bevo un caffè in più di ieri, mentre se siamo nel weekend, ne bevo due in meno di ieri. Oggi 9 marzo 2026 ne bevo 7: quando è stato l'ultimo giorno in cui non ho bevuto caffè?

- A) Domenica 25 gennaio 2026
- B) Domenica 26 gennaio 2026

C) Lunedì 25 gennaio 2026

D) Lunedì 26 gennaio 2026

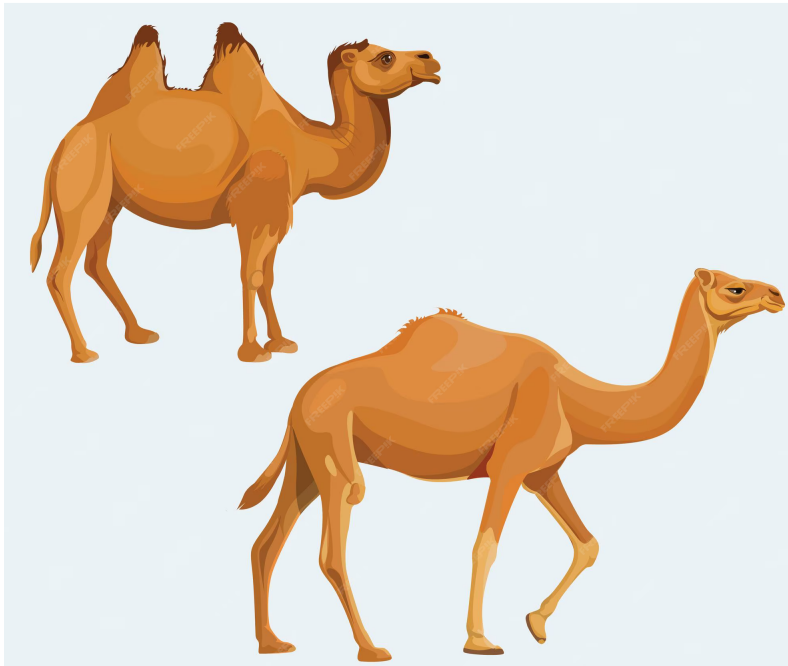
Soluzione: Partendo da un lunedì, i caffè seguono una sequenza della forma:

$$\underbrace{n}_{\text{Lunedì}} \rightarrow n + 1 \rightarrow n + 2 \rightarrow n + 3 \rightarrow n + 4 \rightarrow n + 2 \rightarrow n \rightarrow \underbrace{n + 1}_{\text{Lunedì}} \rightarrow \dots$$

e quindi si nota che tornando indietro di una settimana, il numero di caffè diminuisce di 1. Quindi, partendo da lunedì 9 marzo con 7 caffè e tornando indietro di 6 settimane, arriviamo a lunedì 26 gennaio con un solo caffè, e quindi al 25 gennaio senza caffè. Inoltre, notiamo dallo schema di prima anche che durante la settimana, i caffè non sono mai di meno che lunedì, e quindi in nessun altro giorno tra il 26 gennaio e il 9 marzo potevano essere zero caffè.

Jolly Gita allo zoo

Nello zoo ci sono alcuni cammelli con due gobbe e alcuni dromedari con una gobba per un totale di 10 animali in tutto. Complessivamente ci sono 14 gobbe. Quanti sono i dromedari?



Soluzione: 6 dromedari

Se chiamiamo d il numero di dromedari e c in numero dei cammelli, avremo che $d + c = 10$. Se invece contiamo le gobbe, ricordando che un dromedario ha una sola gobba e un cammello ne ha due, avremo che $d + 2c = 14$. Ne segue che, se dal numero totale di gobbe togliamo il numero totale di animali, troveremo il numero dei cammelli. Quindi ci sono 4 cammelli e $10 - 4 = 6$ dromedari.