

Un Pizzico di “Computational Thinking”

Claudio Mirolo

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine

PLS 2013–14

Sommario

- 1 Un rompicapo
 - informazioni
 - algoritmi

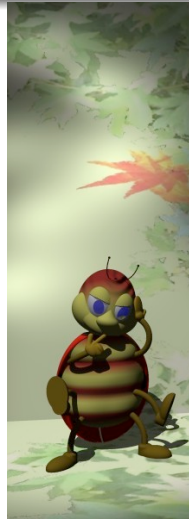
- 2 Un esperimento mentale
 - analisi
 - risposta del matematico
 - modello
 - risposta dello scienziato

- 3 Epilogo



Trama

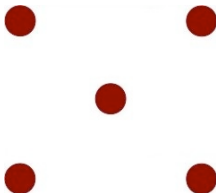
- 1 Un rompicapo
 - informazioni
 - algoritmi
- 2 Un esperimento mentale
 - analisi
 - risposta del matematico
 - modello
 - risposta dello scienziato
- 3 Epilogo





Problemino

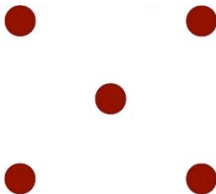
- Ordinare 5 oggetti per peso crescente, ma...
- unicamente sulla base del confronto di coppie di oggetti





Problemino

- Ordinare 5 oggetti per peso crescente, ma. . .
- unicamente sulla base del confronto di coppie di oggetti





Problemino

- Ordinare 5 oggetti per peso crescente, ma. . .
- unicamente sulla base del confronto di coppie di oggetti





Rompicapo

- Quale strategia? (Oggetti A, B, C, D, E)



Rompicapo

- Quale strategia? (Oggetti A, B, C, D, E)
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?



Rompicapo

- Quale strategia? (Oggetti A, B, C, D, E)
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?



Rompicapo

- Quale strategia? (Oggetti A, B, C, D, E)
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?



Rompicapo

- Quale strategia? (Oggetti A, B, C, D, E)
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?
- C'è un limite ineludibile?



Rompicapo

- Quale strategia? (Oggetti A, B, C, D, E)
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?
- C'è un limite ineludibile?



Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare 5 oggetti?



Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare 5 oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?



Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare 5 oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?
- Che *informazione* rivela un singolo confronto?



Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare 5 oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?
- Che *informazione* rivela un singolo confronto?
- Che relazione fra *informazione* e numero di casi possibili?



Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare 5 oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?
- Che *informazione* rivela un singolo confronto?
- Che relazione fra *informazione* e numero di casi possibili?
- Nel peggiore dei casi, qual è il numero minimo di confronti?



Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare 5 oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?
- Che *informazione* rivela un singolo confronto?
- Che relazione fra *informazione* e numero di casi possibili?
- Nel peggiore dei casi, qual è il numero minimo di confronti?



Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare 5 elementi nella situazione più sfavorevole...

- È necessario distinguere $5! = 120$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno 7 confronti:
 $2^7 = 128 \geq 120$
- Altrimenti si può incappare in situazioni più sfortunate



Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare 5 elementi nella situazione più sfavorevole...

- È necessario distinguere $5! = 120$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno 7 confronti:
 $2^7 = 128 \geq 120$
- Altrimenti si può incappare in situazioni più sfortunate



Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare 5 elementi nella situazione più sfavorevole...

- È necessario distinguere $5! = 120$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno 7 confronti:
 $2^7 = 128 \geq 120$
- Altrimenti si può incappare in situazioni più sfortunate



Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare 5 elementi nella situazione più sfavorevole...

- È necessario distinguere $5! = 120$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno 7 confronti:
 $2^7 = 128 \geq 120$
- Altrimenti si può incappare in situazioni più sfortunate



Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare 5 elementi nella situazione più sfavorevole...

- È necessario distinguere $5! = 120$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno 7 confronti:
 $2^7 = 128 \geq 120$
- Altrimenti si può incappare in situazioni più sfortunate



Algoritmi

- Non più di 7 confronti. . .
- Questo obiettivo è perseguibile?
- Esiste, cioè, una strategia ottimale?



Algoritmi

- Non più di 7 confronti. . .
- Questo obiettivo è perseguibile?
- Esiste, cioè, una strategia ottimale?



Algoritmi

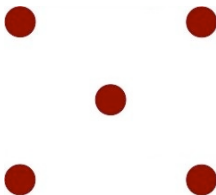
- Non più di 7 confronti. . .
- Questo obiettivo è perseguibile?
- Esiste, cioè, una strategia ottimale?



Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 2 confronti...



Impiego "efficiente" dell'*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)



Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 2 confronti...



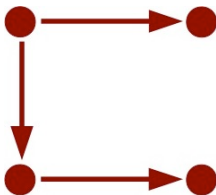
Impiego "efficiente" dell'*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)



Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 3 confronti...

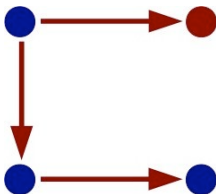


Impiego "efficiente" dell'*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)

Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 3 confronti...

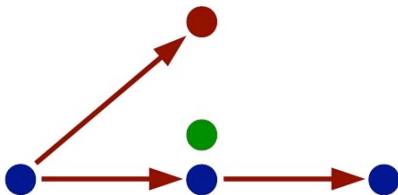


Impiego “efficiente” dell’*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)

Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 3 confronti... (arriva l'ultimo elemento)

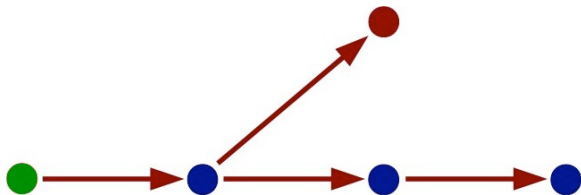


Impiego "efficiente" dell'*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)

Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 5 confronti... una eventualità...

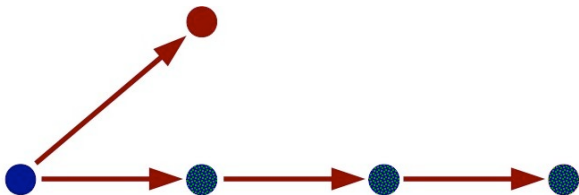


Impiego "efficiente" dell'*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)

Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 5 confronti... o quelle alternative...

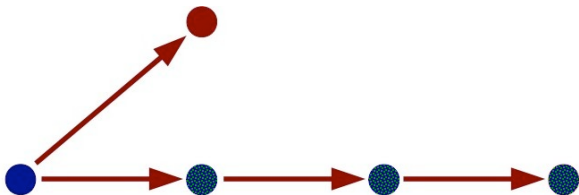


Impiego "efficiente" dell'*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)

Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 5 confronti... quanti confronti ancora?

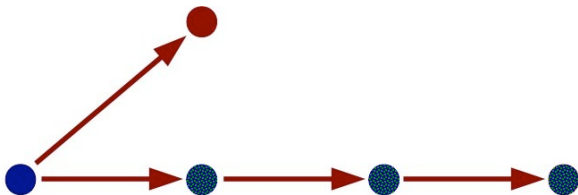


Impiego "efficiente" dell'*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)

Algoritmi... proprietà in relazione alle prestazioni

Esiste un algoritmo del genere?

Dopo 5 confronti... quanti confronti ancora?

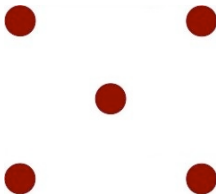


Impiego “efficiente” dell’*informazione* !
(resa disponibile dai confronti)



Algoritmi e Informazioni

Casi possibili: 120



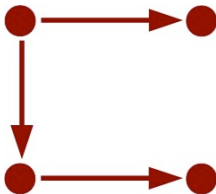
Algoritmi e Informazioni

Ripartizione dei casi possibili (per simmetria): $60 \rightarrow 30$



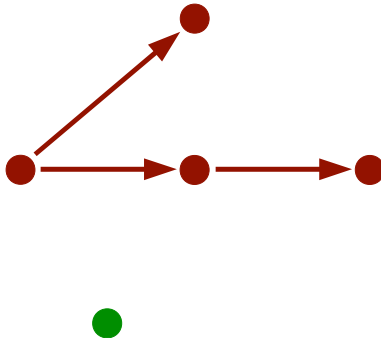
Algoritmi e Informazioni

Ripartizione dei casi possibili (per simmetria): 15



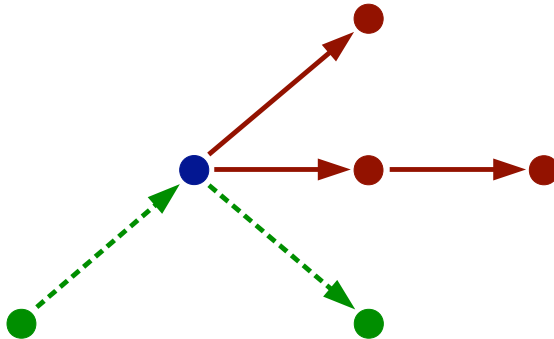
Algoritmi e Informazioni

Ripartizione dei (15) casi possibili:



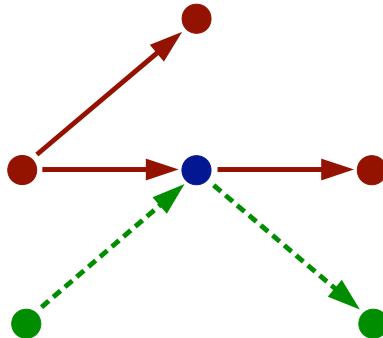
Algoritmi e Informazioni

Ripartizione dei (15) casi possibili: 3 | 12 (!)



Algoritmi e Informazioni

Ripartizione dei (15) casi possibili: 7 | 8





Algoritmi e Informazioni

Rivelare informazioni richiede risorse!

- Spazio per annotazioni
- Tempo di elaborazione



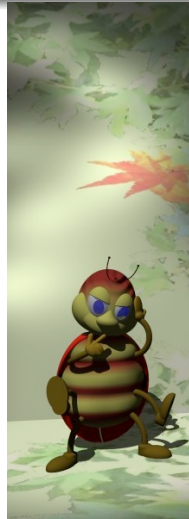
Algoritmi e Informazioni

Rivelare informazioni richiede risorse!

- Spazio per annotazioni
- Tempo di elaborazione

Trama

- 1 Un rompicapo
 - informazioni
 - algoritmi
- 2 Un esperimento mentale
 - analisi
 - risposta del matematico
 - modello
 - risposta dello scienziato
- 3 Epilogo



Gedankenexperiment: Formica sul nastro elastico...



Gedankenexperiment: Formica sul nastro elastico...



Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico...



Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico. . .





Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico. . .





Formichina sul nastro elastico. . .



Formichina sul nastro elastico. . .





Ce la farà a raggiungere l'altro capo?





Nuovo problemino

- La formichina percorre 1 *cm* in 10^{-1} *sec*
- Il nastro elastico a riposo misura 1 *m*
- Ad ogni avanzamento di 1 *cm* della formichina corrisponde un allungamento di 1 *m* del nastro
- Riuscirà la formica a spostarsi da un estremo all'altro?



Nuovo problemino

- La formichina percorre 1 *cm* in 10^{-1} *sec*
- Il nastro elastico a riposo misura 1 *m*
- Ad ogni avanzamento di 1 *cm* della formichina corrisponde un allungamento di 1 *m* del nastro
- Riuscirà la formica a spostarsi da un estremo all'altro?



Nuovo problemino

- La formichina percorre 1 *cm* in 10^{-1} *sec*
- Il nastro elastico a riposo misura 1 *m*
- Ad ogni avanzamento di 1 *cm* della formichina corrisponde un allungamento di 1 *m* del nastro
- Riuscirà la formica a spostarsi da un estremo all'altro?



Nuovo problemino

- La formichina percorre 1 *cm* in 10^{-1} *sec*
- Il nastro elastico a riposo misura 1 *m*
- Ad ogni avanzamento di 1 *cm* della formichina corrisponde un allungamento di 1 *m* del nastro
- Riuscirà la formica a spostarsi da un estremo all'altro?

Analisi



1 cm

Analisi



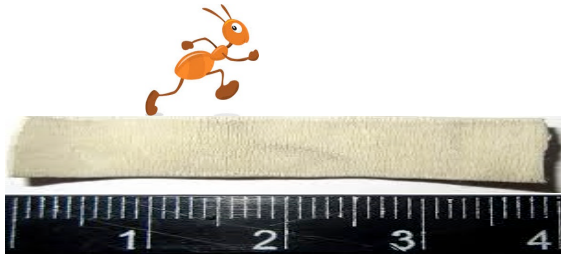
1 cm

Analisi



1 cm

Analisi: Proporzioni...



1 + $\frac{1}{2}$ cm stirato

Analisi: Proporzioni...



1 + $\frac{1}{2}$ cm stirato

Analisi: Proporzioni...



1 + $\frac{1}{2}$ cm stirato

Analisi: Proporzioni...



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad \text{cm stirato}$$

Analisi: Proporzioni...



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad \text{cm stirato}$$

Analisi: Proporzioni...



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad \text{cm stirato}$$

Analisi: Proporzioni...



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \quad \text{cm stirato}$$

Analisi: Proporzioni...



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \text{ cm stirato}$$

Analisi: Proporzioni...



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \quad \text{cm stirato}$$

Analisi: Proporzioni...



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$



Conclusioni di un matematico

- $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots$ diverge!

- Esiste k tale che

$$H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \geq 100 \quad (\text{cm stirati})$$

- La formichina è in grado di percorrere tutto il nastro



Conclusioni di un matematico

- $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots$ diverge!

- Esiste k tale che

$$H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \geq 100 \quad (\text{cm stirati})$$

- La formichina è in grado di percorrere tutto il nastro



Conclusioni di un matematico

- $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots$ diverge!

- Esiste k tale che

$$H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \geq 100 \quad (\text{cm stirati})$$

- La formichina è in grado di percorrere tutto il nastro



Conclusioni di un matematico

- $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots$ diverge!

- Esiste k tale che

$$H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \geq 100 \quad (\text{cm stirati})$$

- La formichina è in grado di percorrere tutto il nastro



Un modello (informatico)

```
public static long harmonicPartial( int n ) {  
  
    long k = 1;  
    double h = 1.0;  
  
    while ( h < n ) {  
  
        k = k + 1;  
        h = h + 1.0 / k;  
    }  
    return k;  
}
```



Osservazioni

- `... harmonicPartial(100) ...`

- Che relazione c'è fra i tempi di calcolo di

`harmonicPartial($n+1$)` e `harmonicPartial(n)`

HarmonicSeries.java

- Quanto impiega la formica per coprire 1 cm stirato in più?



Osservazioni

- `... harmonicPartial(100) ...`
- Che relazione c'è fra i tempi di calcolo di
`harmonicPartial($n+1$)` e `harmonicPartial(n)`
`HarmonicSeries.java`
- Quanto impiega la formica per coprire 1 cm stirato in più?



Osservazioni

- `... harmonicPartial(100) ...`
- Che relazione c'è fra i tempi di calcolo di
`harmonicPartial($n+1$)` e `harmonicPartial(n)`
`HarmonicSeries.java`
- Quanto impiega la formica per coprire 1 cm stirato in più?



Osservazioni

- ... `harmonicPartial(5)` ...
- ... `harmonicPartial(6)` ...
- ... `harmonicPartial(7)` ...
- ... `harmonicPartial(8)` ...
- ... `HarmonicSeries.java`
- *5 cm* in $83 \cdot 10^{-1} \text{ sec} = 8.3 \text{ sec}$
- *100 cm* in (molto) più di $8.3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \text{ sec}$



Osservazioni

- ... `harmonicPartial(5)` ...
- ... `harmonicPartial(6)` ...
- ... `harmonicPartial(7)` ...
- ... `harmonicPartial(8)` ...
- ... `HarmonicSeries.java`
- 5 cm in $83 \cdot 10^{-1} \text{ sec} = 8.3 \text{ sec}$
- 100 cm in (molto) più di $8.3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \text{ sec}$



Osservazioni

- ... `harmonicPartial(5)` ...
- ... `harmonicPartial(6)` ...
- ... `harmonicPartial(7)` ...
- ... `harmonicPartial(8)` ...
- ... `HarmonicSeries.java`
- 5 cm in $83 \cdot 10^{-1} \text{ sec} = 8.3 \text{ sec}$
- 100 cm in (molto) più di $8.3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \text{ sec}$



Osservazioni

- ... `harmonicPartial(5)` ...
- ... `harmonicPartial(6)` ...
- ... `harmonicPartial(7)` ...
- ... `harmonicPartial(8)` ...
- ... `HarmonicSeries.java`
- *5 cm* in $83 \cdot 10^{-1} \text{ sec} = 8.3 \text{ sec}$
- *100 cm* in (molto) più di $8.3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \text{ sec}$



Osservazioni

- ... `harmonicPartial(5)` ...

- ... `harmonicPartial(6)` ...

- ... `harmonicPartial(7)` ...

- ... `harmonicPartial(8)` ...

- ... `HarmonicSeries.java`

- *5 cm* in $83 \cdot 10^{-1} \text{ sec} = 8.3 \text{ sec}$

- *100 cm* in (molto) più di $8.3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \text{ sec}$



Osservazioni

- ... `harmonicPartial(5)` ...
- ... `harmonicPartial(6)` ...
- ... `harmonicPartial(7)` ...
- ... `harmonicPartial(8)` ...
- ... `HarmonicSeries.java`
- 5 cm in $83 \cdot 10^{-1} \text{ sec} = 8.3 \text{ sec}$
- 100 cm in (molto) più di $8.3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \text{ sec}$



Osservazioni

- ... `harmonicPartial(5)` ...
- ... `harmonicPartial(6)` ...
- ... `harmonicPartial(7)` ...
- ... `harmonicPartial(8)` ...
- ... `HarmonicSeries.java`
- 5 cm in $83 \cdot 10^{-1} \text{ sec} = 8.3 \text{ sec}$
- 100 cm in (molto) più di $8.3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \text{ sec}$



Conclusioni di uno scienziato

- tempo
- A quanti anni corrisponde?
- A quanti miliardi di anni?
- Qual è la vita stimata dell'universo?
- E quanto impiegherebbe un computer?
(supponiamo: una somma in 10^{-10} sec)
- Risposta:
- Di conseguenza...



Conclusioni di uno scienziato

- tempo ?
- A quanti anni corrisponde?
- A quanti miliardi di anni?
- Qual è la vita stimata dell'universo?
- E quanto impiegherebbe un computer?
(supponiamo: una somma in 10^{-10} sec)
- Risposta:
- Di conseguenza...



Conclusioni di uno scienziato

- tempo $\gg 3.9 \cdot 10^{28}$ sec
- A quanti anni corrisponde?
- A quanti miliardi di anni?
- Qual è la vita stimata dell'universo?
- E quanto impiegherebbe un computer?
(supponiamo: una somma in 10^{-10} sec)
- Risposta:
- Di conseguenza...



Conclusioni di uno scienziato

- tempo $\gg 3.9 \cdot 10^{28}$ sec
- A quanti anni corrisponde?
- A quanti miliardi di anni?
- Qual è la vita stimata dell'universo?
- E quanto impiegherebbe un computer?
(supponiamo: una somma in 10^{-10} sec)
- Risposta:
- Di conseguenza...



Conclusioni di uno scienziato

- tempo $\gg 3.9 \cdot 10^{28}$ sec
- A quanti anni corrisponde?
- A quanti miliardi di anni?
- Qual è la vita stimata dell'universo?
- E quanto impiegherebbe un computer?
(supponiamo: una somma in 10^{-10} sec)
- Risposta:
- Di conseguenza...



Conclusioni di uno scienziato

- tempo $\gg 3.9 \cdot 10^{28}$ sec
- A quanti anni corrisponde?
- A quanti miliardi di anni?
- Qual è la vita stimata dell'universo?
- E quanto impiegherebbe un computer?
(supponiamo: una somma in 10^{-10} sec)
- Risposta:
- Di conseguenza...

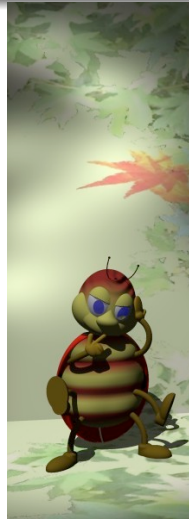


Conclusioni di uno scienziato

- tempo $\gg 3.9 \cdot 10^{28}$ sec
- A quanti anni corrisponde?
- A quanti miliardi di anni?
- Qual è la vita stimata dell'universo?
- E quanto impiegherebbe un computer?
(supponiamo: una somma in 10^{-10} sec)
- Risposta: (molto) più di 1250 miliardi di anni
- Di conseguenza...

Trama

- 1 Un rompicapo
 - informazioni
 - algoritmi
- 2 Un esperimento mentale
 - analisi
 - risposta del matematico
 - modello
 - risposta dello scienziato
- 3 Epilogo





Tempo di calcolo

- Il tempo di elaborazione è una risorsa. . .
- . . . che non sempre si può trascurare!



Tempo di calcolo

- Il tempo di elaborazione è una risorsa. . .

- . . . che non sempre si può trascurare!



Serie Armonica

- $H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \approx \gamma \cdot \log(k)$
- $H(k') = H(k) + 1 \implies k' \approx 2.7 \cdot k$
- $H(k)$ è la distanza in centimetri “stirati” lungo il nastro
- k è la distanza in centimetri percorsa dalla formichina



Serie Armonica

- $H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \approx \gamma \cdot \log(k)$
- $H(k') = H(k) + 1 \implies k' \approx 2.7 \cdot k$
- $H(k)$ è la distanza in centimetri “stirati” lungo il nastro
- k è la distanza in centimetri percorsa dalla formichina



Serie Armonica

- $H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \approx \gamma \cdot \log(k)$
- $H(k') = H(k) + 1 \implies k' \approx 2.7 \cdot k$
- $H(k)$ è la distanza in centimetri “stirati” lungo il nastro
- k è la distanza in centimetri percorsa dalla formichina



Serie Armonica

- $H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \approx \gamma \cdot \log(k)$
- $H(k') = H(k) + 1 \implies k' \approx 2.7 \cdot k$
- $H(k)$ è la distanza in centimetri “stirati” lungo il nastro
- k è la distanza in centimetri percorsa dalla formichina



Serie Armonica

- $H(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{k} \approx \gamma \cdot \log(k)$
- $H(k') = H(k) + 1 \implies k' \approx 2.7 \cdot k$
- $H(k)$ è la distanza in centimetri “stirati” lungo il nastro
- k è la distanza in centimetri percorsa dalla formichina



Elogio della lentezza

- Come cresce lentamente il logaritmo!
- Importante nell'analisi dei costi computazionali
- $n \cdot \log(n)$: crescita poco più che lineare



Elogio della lentezza

- Come cresce lentamente il logaritmo!
- Importante nell'analisi dei costi computazionali
- $n \cdot \log(n)$: crescita poco più che lineare



Elogio della lentezza

- Come cresce lentamente il logaritmo!
- Importante nell'analisi dei costi computazionali
- $n \cdot \log(n)$: crescita poco più che lineare



Domandina. . .

Qual è la risposta di un ingegnere?

Risposta:



Domandina. . .

Qual è la risposta di un ingegnere?

Risposta:

prima che la formica percorra 10 cm si strappa il nastro elastico