SCHEDA1

PARALLELISMO E PERPENDICOLARITA' FRA RETTE

Controllare la correttezza delle seguenti proprietà, controllandola su un esempio e muovendo dinamicamente gli oggetti costruiti.

1. **Per due punti passa una ed una sola retta.** Disegnare punti, rette del primo tipo, rette del secondo tipo; trasformare rette fra i due tipi (nota: se non limitassimo il centro delle “rette” iperboliche sull'asse x, varrebbe ancora il postulato “per due punti passa una ed una sola retta”?)

2. **Due rette si intersecano in al più un punto.**

3. **Data una retta r e un punto P che non gli appartiene, esiste una sola parallela ad r per P** Data una retta r e un punto esterno P costruire una retta per il punto P e un altro punto Q. Muovere il punto Q e verificare che esistono più parallele ad r che passano per P (retta di vari tipi, punto “interno alla circonferenza”; punto “esterno alla circonferenza”).

4. **Data una retta r ed un punto P (appartenente o meno alla retta) esiste un'unica perpendicolare ad r per P** Data una retta AB, un punto E sulla retta ed un punto esterno H , creare l'angolo BEH di vertice E costruendo la semiretta EH mancante; misurare e spostare H fino a raggiungere circa 90 gradi; sulla retta precedente costruire la perpendicolare passante per E; misurare l'angolo ottenuto e verificare che è un angolo retto; data una retta r e un punto P esterno, costruire la retta s perpendicolare a r che passa per P.

5. **Date due rette incidenti, gli angoli opposti al vertice hanno la stessa misura.**

6. **La “doppia perpendicolare” è parallela alla retta di partenza** Data una retta AB e un altro punto E su AB, costruire la perpendicolare ad AB per E. Presi altri due punti H, I su questa perpendicolare, costruire la perpendicolare a EH per I. Verificare che la retta AB e' parallela all'ultima retta costruita t (nota: le rette AB e t sono entrambe perpendicolari alla retta IE).

7. **Le rette parallele hanno sempre una perpendicolare in comune** Come sono fatte le perpendicolari a rette del primo tipo?

8. **Due rette parallele formano sempre angoli alterni-interni di uguale misura.**

9. **Se due rette r ed s sono parallele allora ogni retta perpendicolare ad r è perpendicolare anche ad s**

SCHEDA 1: PARALLELISMO E PERPENDICOLARITA' FRA RETTE

PROPRIETA'	PIANO IPERBOLICO	PIANO EUCLIDEO	
1) Per due punti passa una ed una sola “retta”			
2) Due rette si intersecano in al più un punto			
3) Data una retta r e un punto P che non gli appartiene, esiste una sola parallela ad r per P			
4) Data una retta r ed un punto P (appartenente o meno alla retta) esiste un'unica perpendicolare ad r per P			
5) Date due rette incidenti, gli angoli opposti al vertice hanno la stessa misura			
6) La “doppia perpendicolare” è parallela alla retta di partenza			
7) Le rette parallele hanno sempre una perpendicolare in comune			
8) Due rette parallele formano sempre angoli alterni-interni di uguale misura			
9) Se due rette r ed s sono parallele allora ogni retta perpendicolare ad r è perpendicolare anche ad s			

SCHEDA 2 PRORIETÀ DEI TRIANGOLI

Controllare la correttezza delle seguenti proprietà, controllandola su un esempio e muovendo dinamicamente gli oggetti costruiti.

10. **Teorema dell'angolo esterno** *la misura dell'angolo esterno e' sempre maggiore della misura degli angoli interni non adiacenti*

11. **Somma della misura degli angoli interni di un triangolo** *la somma è sempre uguale a 180 gradi*

12. **Pons Asinorum** *gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono congruenti (cioé hanno* uguale misura)

13. **Inverso di Pons Asinorum** *Se gli angoli alla base sono congruenti allora il triangolo è isoscele*

14. **A lato maggiore sta opposto angolo maggiore**

15. **Il prodotto della misura della base per la misura dell' altezza in un triangolo è costante**

16. **Primo Criterio di Congruenza dei Triangoli (Side Angle Side)**

17. **Secondo Criterio di Congruenza dei Triangoli (Angle Side Angle)**

18. **Esistenza dell'incentro (intersezione delle bisettrici)**

19. **Esistenza del baricentro (intersezione delle mediane)**

20. **Esistenza del circocentro (intersezione degli assi)**

21. **Esistenza dell'ortocentro (intersezione delle altezze)**

22. **Additività del difetto di un triangolo (Difetto=δ=180-somma angoli interni)**
Dato un triangolo ABC e un punto D del lato AB,
δ(ABD)+ δ(DBC)= δ(ABC)
(in geometria iperbolica il difetto viene usato come una misura dell'area del triangolo, vedi punto 6)

SCHEDA n. 2) PRORIETÀ DEI TRIANGOLI

PROPRIETA'	PIANO IPERBOLICO	PIANO EUCLIDEO	
Teorema dell'angolo esterno			
Somma misura angoli interni = 180			
Pons Asinorum			
Inverso di Pons Asinorum			
Il lato maggiore di un triangolo è sempre opposto all'angolo di misura maggiore			
Dato un triangolo, il prodotto “BASE x ALTEZZA” è costante			
SAS			
ASA			
Esistenza dell'incentro			
Esistenza del baricentro			
Esistenza del circocentro			
Esistenza dell'ortocentro			
Additività del difetto			

Scheda 3 **PROPRIETÀ DI CIRCONFERENZE E TRIANGOLI**

1. **Costruzione di una circonferenza iperbolica** Dato un punto A costruisci almeno 8 punti punti a distanza 0.5 da A, nelle varie direzioni (nascondi i punti aggiuntivi che vengono creati dalla costruzione). Che forma (euclidea..) ha il luogo dei punti a distanza 0.5ma da A? Usa lo strumento circonferenza di centro A e raggio 0.5 per confermare (o confutare la previsione fatta)

2. **Angoli al centro e alla circonferenza** Gli angoli alla circonferenza misurano la metà degli angoli al centro

3. **SSS (Side-Side-Side)** Descrivere una costruzione che garantisca la costruzione di due triangoli con lati della stessa misura (esattamente!) Verificare che nei due triangoli gli angoli corrispondenti (rispetto ai lati della stessa misura) hanno la stessa misura.

4. **Disuguaglianza triangolare L**a somma delle lunghezze di due lati di un triangolo è sempre maggiore della lunghezza del terzo lato.

5. Teorema di Pitagora

6. Cosa succede se proviamo tutte le proprietà viste su porzioni “piccole” di piano?

PROPRIETA'	PIANO IPERBOLICO	PIANO EUCLIDEO	
1) “Forma euclidea” delle circonferenze iperboliche			
2) Gli angoli al centro misurano la metà di quelli alla circonferenza			
3) SSS			
4) Disuguaglianza triangolare			
5) Teorema di Pitagora			
6) Il piano Iperbolico su porzioni “piccole” ...			

SCHEDA 4 **RETTE PARALLELE E DISTANZE, QUADRILATERI DI SACCHERI**

23. **L'Asse di un segmento è il luogo dei punti equidistanti dagli estremi.**

24. **La perpendicolare realizza la distanza minima di un punto da una retta** (uguale, per definizione, alla distanza del punto dalla retta)

25. **Se due rette sono parallele, allora sono equidistanti.**

26. Costruire due rette con una perpendicolare in comune. Misurare la distanza fra un punto Q della prima retta e la seconda retta. Confronta varie misure di questo tipo con la distanza da P alla seconda retta dove P e' l'intersezione fra la prima retta e la perpendicolare comune.

27. Esistenza di un punto di minima distanza fra rette verticali.
(definire le due rette con un'equazione, ad esempio: x=3 e x=5; vincolare un punto sulla seconda retta, calcolarne la distanza dalla prima; vedere come varia la distanza spostando il punto lungo la seconda retta)

28. **Primo tentativo di costruzione di un rettangolo.** Costruire una “spezzata con due angoli retti. Chiudere la spezzata con un ultimo angolo retto, ottenendo un quadrilatero con tre angoli retti. Cosa accade al quarto angolo?

29. **Secondo tentativo di costruzione di un rettangolo (quadrilatero di Saccheri) Dato un segmento AB, costruire due segmenti perpendicolari** ad AB della stessa lunghezza, uno con vertice in A, l'altro in B.
Congiungere i vertici finali dei due segmenti.
Il quadrilatero così ottenuto è un rettangolo?
Confrontare le varie misure del quadrilatero: angoli “in alto” ,
le misure delle due “basi”, misure delle diagonali.

PROPRIETA'	PIANO IPERBOLICO	PIANO EUCLIDEO	
1) L'asse di un segmento è il luogo dei punti equidistanti dagli estremi			
2) La perpendicolare realizza la minima distanza di un punto da una retta.			
3) Se due rette sono parallele, allora sono equidistanti			
4) Esistenza di punto di minima distanza fra rette con perpendicolare comune			
5) Esistenza di un punto di minima distanza fra rette verticali.			
6) Primo tentativo di costruzione di un rettangolo: quarto angolo?			
7) Secondo tentativo di costruzione di un rettangolo: angoli in alto? lunghezza dei lati? confronto diagonali?			

SCHEDA 5 **RETTE ASINTOTICHE**

- Data una retta iperbolica AB non verticale, ed un punto esterno E, le rette "asintotiche" per E ad AB sono le due rette iperboliche che passano per E e per uno dei "punti all'infinito" C, D di AB (intersezioni della retta AB con l'orizzonte).

Gli strumenti iperbolici non permettono di costruire direttamente queste rette, perché C e D sono sull'orizzonte e nel piano iperbolico non "esistono" tali punti, ma possiamo forzare la costruzione di una retta iperbolica per E e per C utilizzando gli strumenti euclidei nel modo seguente:

a) costruire l'asse euclideo del segmento euclideo EC;
b)trovare la sua intersezione con l'asse y=0;
c) costruire la circonferenza euclidea che ha centro in questo punto e passa per E.
La semicirconferenza superiore e' una retta iperbolica che passa per E e per il punto all'infinito C.

In modo simile, si costruisce la retta asintotica "ED".

- Muovere il punto B e osservare come cambiano le rette asintotiche.

Cosa succede alle due rette asintotiche se la retta AB e' verticale?

- Misura degli "angoli critici": tracciare la perpendicolare iperbolica da E ad AB, con piede H, e confrontare la misura degli angoli iperbolici HED, HEC (dovrai aggiungere punti, visto che gli strumenti iperbolici non vedono né C né D).

Questi angoli sono detti "critici" (per la retta AB ed il punto E).
Cosa succede alla misura degli angoli critici, quando il punto E si avvicina o si allontana dalla AB? Puoi fare una previsione che limita inferiormente o superiormente la misura degli angoli critici?

- Utilizzare la costruzione fatta al punto 1 (pulire la figura lasciando visibili solo la retta iperbolica AB e le due rette asintotiche EC, ED). ~Considerare le due zone di piano delimitate dalle rette asintotiche:

zona a) quella contenente i punti appartenenti all'angolo iperbolico "CED" o al suo angolo opposto al vertice E (escludendo i punti sulle rette asintotiche).

zona b) la zona restante (escludendo i punti sulle rette asintotiche).

Scegliere un punto nella zona a) e costruire la retta iperbolica fra questo punto ed il punto E. *La retta iperbolica così costruita interseca la retta AB?*
Muovere il punto all'interno della zona a) e verificare se la risposta cambia o meno.
Rispondere alla stessa domanda per un punto che si muove nella zona b).