Schemi di Ordinamento

Claudio Mirolo

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine

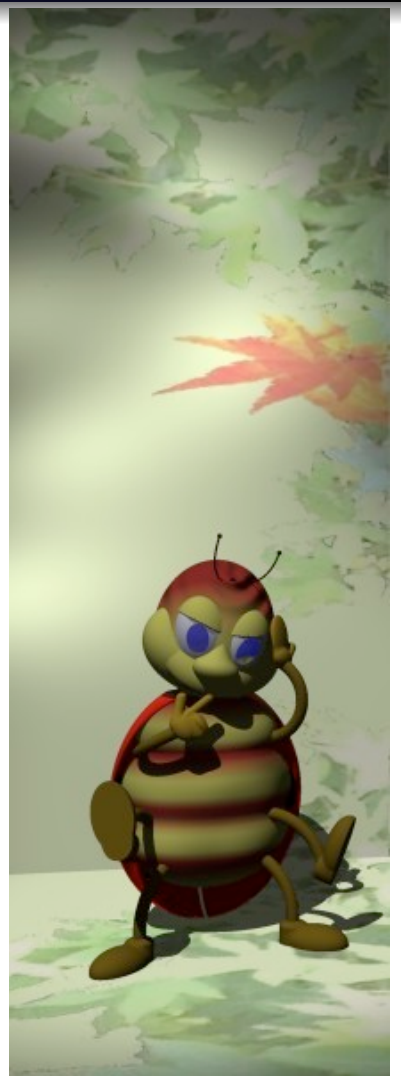
PLS 2013–14

Sommario

1. Problema
   - in generale
2. Informazioni
   - analisi
   - cogliere il significato
3. Algoritmi
   - insertion sort
   - quick sort
4. Epilogo

Trama

1. Problema
   - in generale
2. Informazioni
   - analisi
   - cogliere il significato
3. Algoritmi
   - insertion sort
   - quick sort
4. Epilogo



Ordinamento in generale

- Ordinare *n* oggetti per *chiave* crescente
- unicamente sulla base del confronto (delle chiavi) di coppie di oggetti

Ordinamento in generale

- Ordinare *n* oggetti per *chiave* crescente
- unicamente sulla base del confronto (delle chiavi) di coppie di oggetti

Ordinamento in generale

- Ordinare *n* oggetti per *chiave* crescente
- unicamente sulla base del confronto (delle chiavi) di coppie di oggetti

Facciamo ordine. . .

- Quale strategia?
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?
- C'è un limite ineludibile?

Facciamo ordine. . .

- Quale strategia?
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?
- C'è un limite ineludibile?

Facciamo ordine. . .

- Quale strategia?
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?
- C'è un limite ineludibile?

Facciamo ordine. . .

- Quale strategia?
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?
- C'è un limite ineludibile?

Facciamo ordine. . .

- Quale strategia?
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?
- C'è un limite ineludibile?

Facciamo ordine. . .

- Quale strategia?
- Quanti confronti sono necessari nel peggiore dei casi?
- Ci sono strategie migliori da questo punto di vista?
- Si potrebbe fare ancora meglio?
- C’è un limite ineludibile?

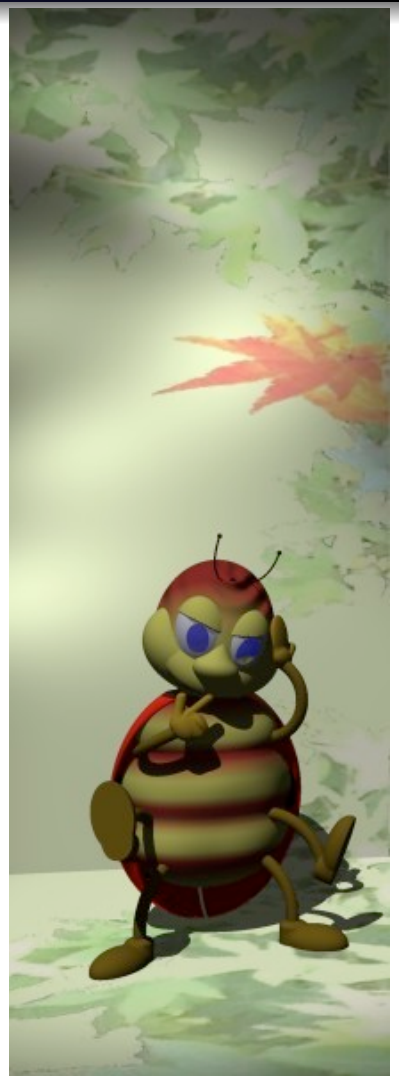
Trama

1 Problema
- in generale

2 Informazioni
- analisi
- cogliere il significato

3 Algoritmi
- insertion sort
- quick sort

4 Epilogo



Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare *n* oggetti?

Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare *n* oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?

Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare *n* oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?
- Che *informazione* rivela un singolo confronto?

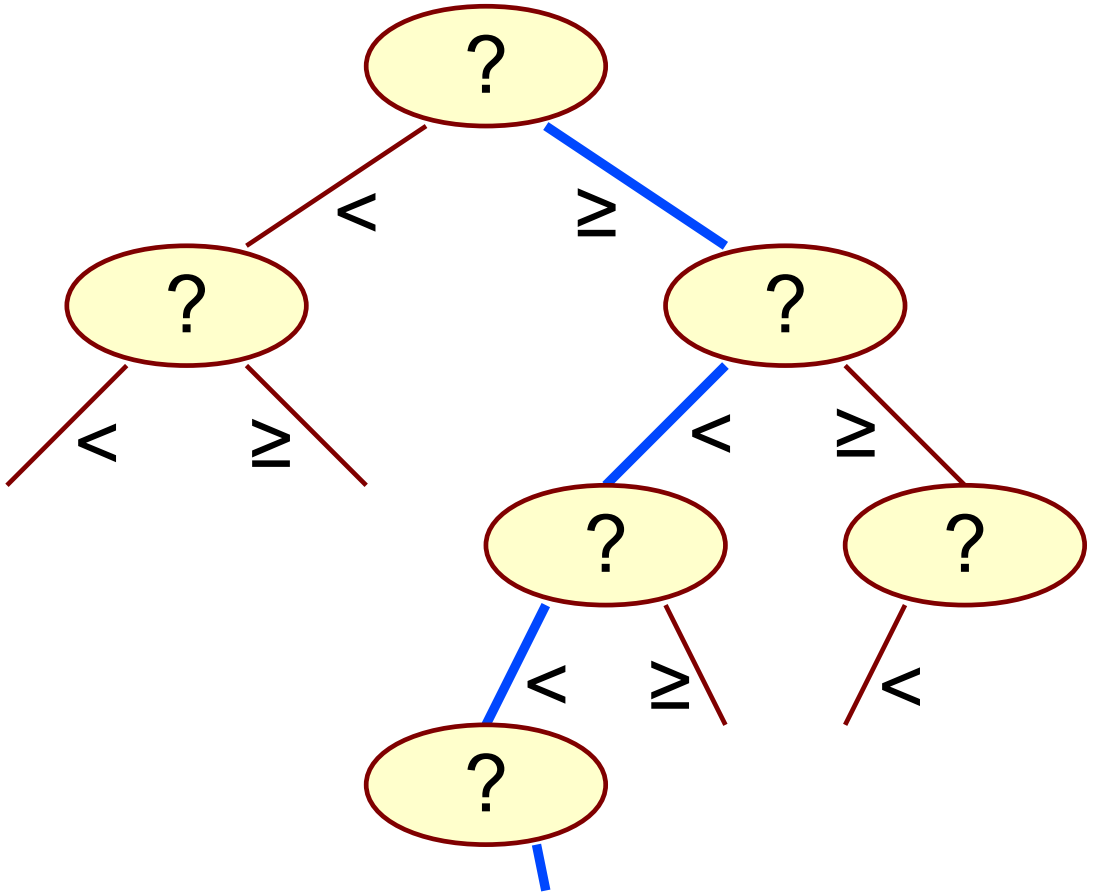
Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare *n* oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?
- Che *informazione* rivela un singolo confronto?
- Che relazione fra *informazione* e numero di casi possibili?

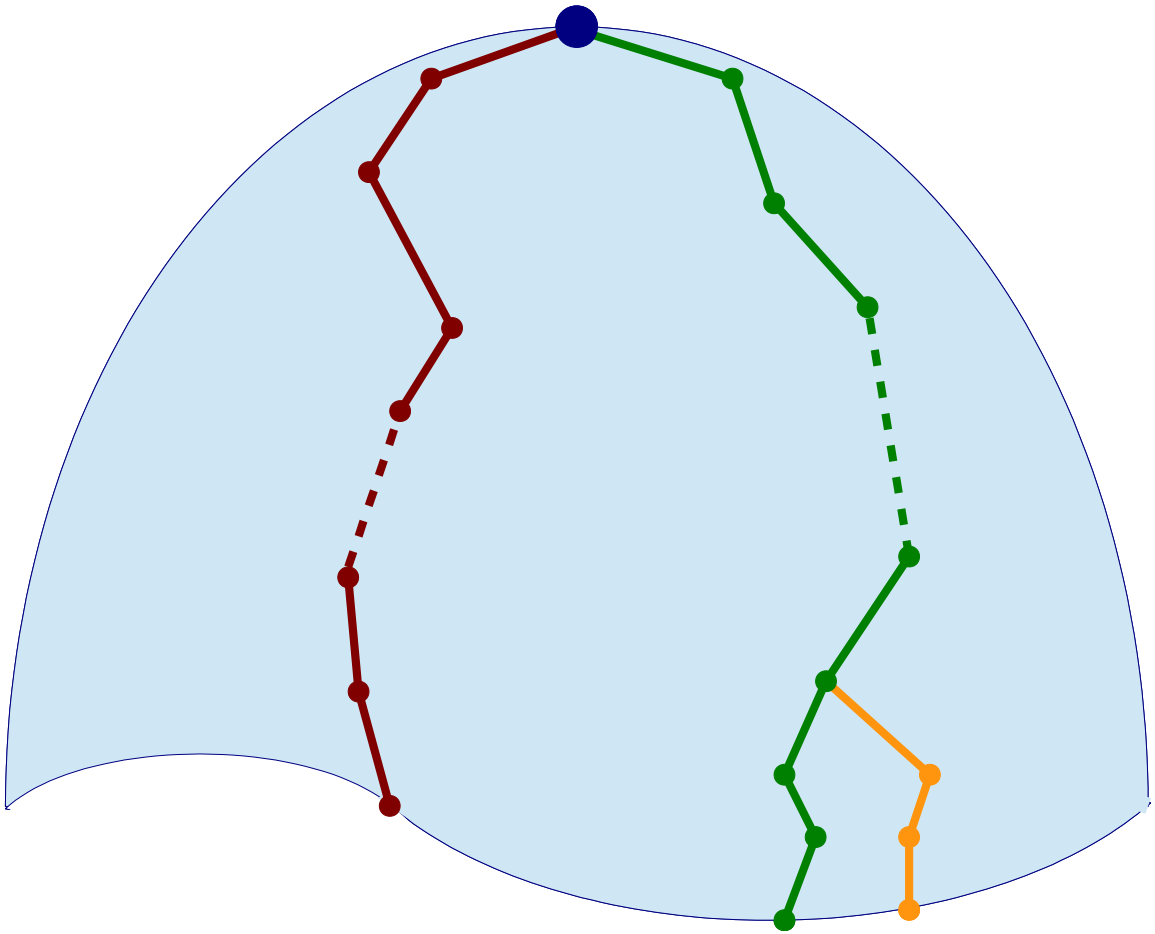
Informazioni

- In quanti modi diversi si possono mescolare *n* oggetti?
- Quanti sono i potenziali “percorsi” di ordinamento diversi?
- Che *informazione* rivela un singolo confronto?
- Che relazione fra *informazione* e numero di casi possibili?
- Nel peggiore dei casi, qual è il numero minimo di confronti?

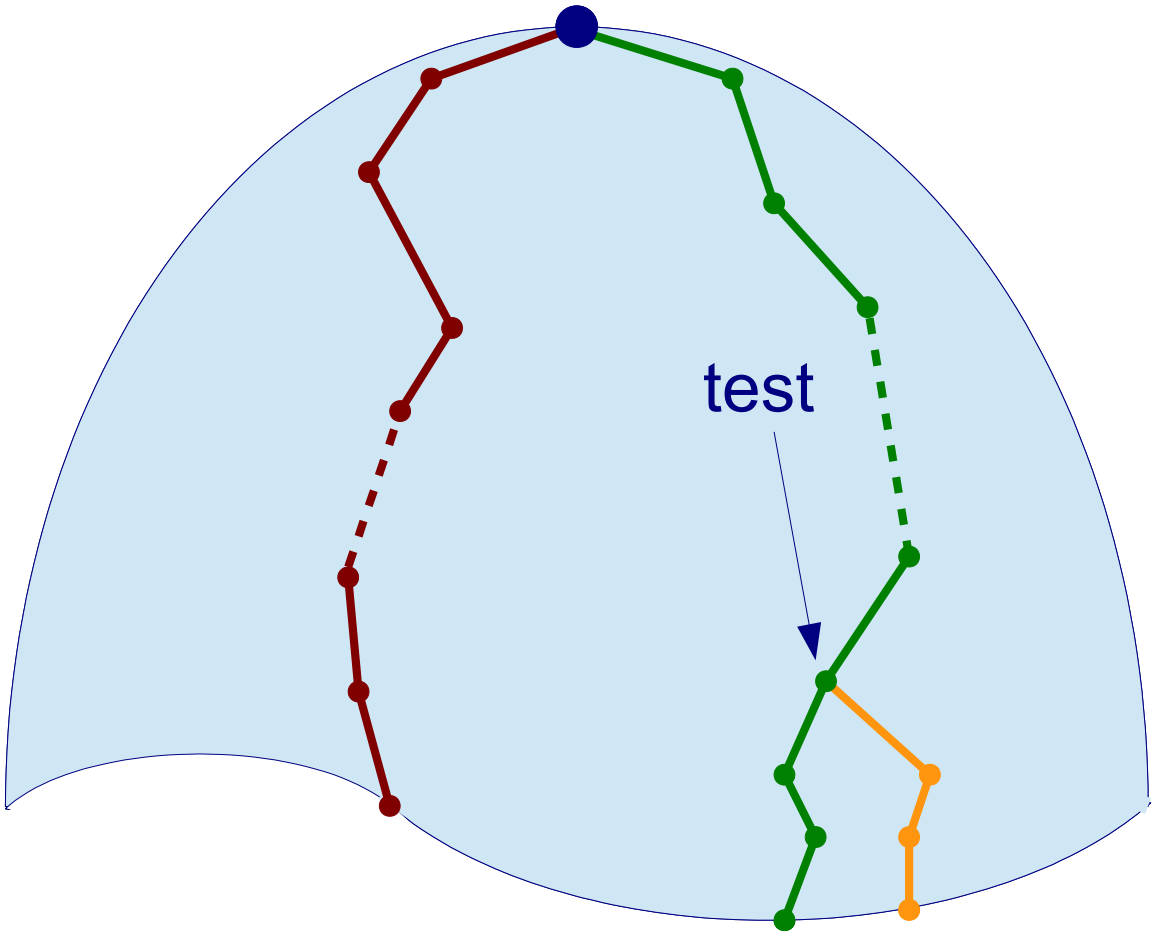
Informazioni. . . per districarsi fra casi possibili



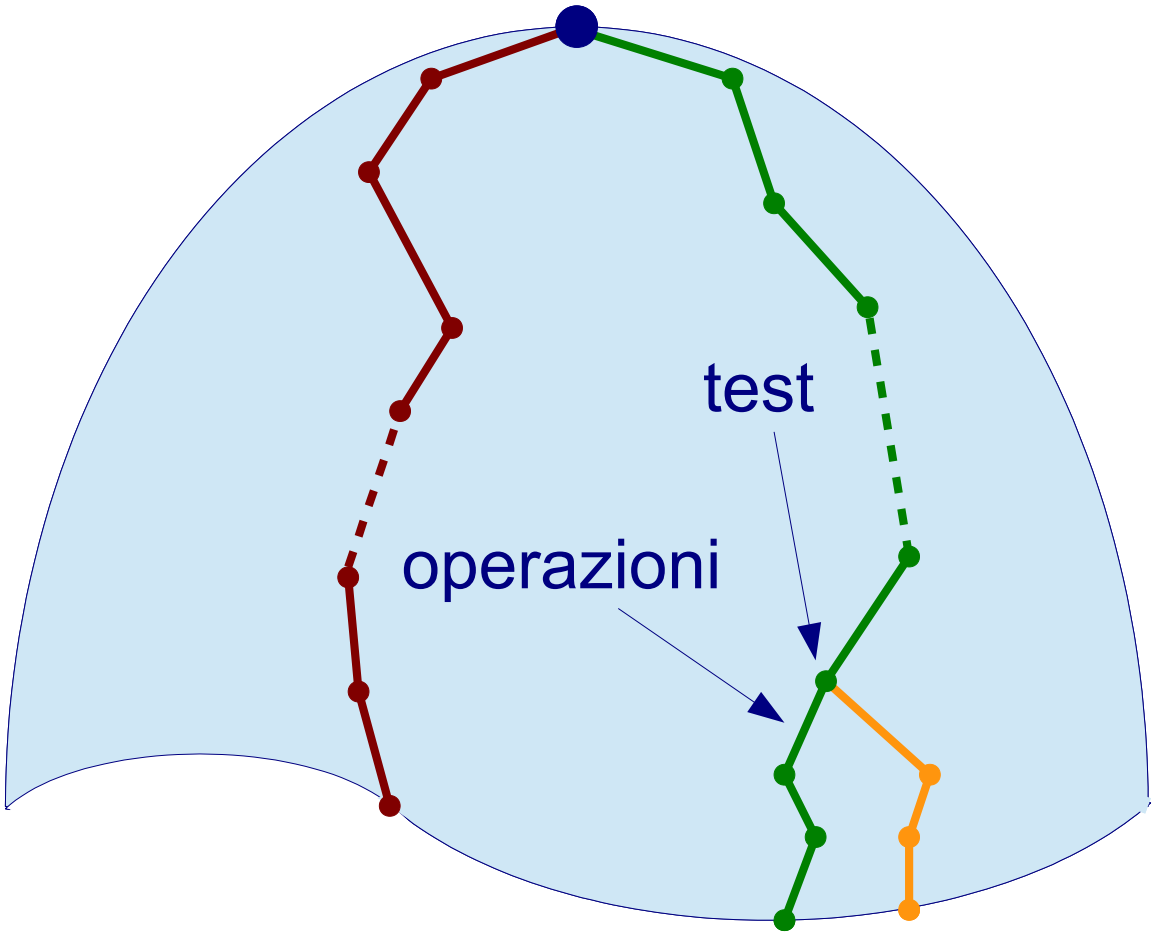
Confronti e operazioni



Confronti e operazioni



Confronti e operazioni



Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare n oggetti nella situazione più sfavorevole...

- $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno k confronti, dove: $2^k \geq n!$
- Ovvero: $k \approx \log_2(n!)$

Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare n oggetti nella situazione più sfavorevole...

- $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ \ldots \ \cdot 2 \cdot 1$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno k confronti, dove: $2^k \geq n!$
- Ovvero: $k \approx \log_2(n!)$

Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare n oggetti nella situazione più sfavorevole...

- $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ \ldots \ \cdot 2 \cdot 1$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno k confronti, dove: $2^k \geq n!$
- Ovvero: $k \approx \log_2(n!)$

Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare n oggetti nella situazione più sfavorevole...

- $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ \ldots \ \cdot 2 \cdot 1$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno k confronti, dove: $2^k \geq n!$
- Ovvero: $k \approx \log_2(n!)$

Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare n oggetti nella situazione più sfavorevole...

- $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ \ldots \ \cdot 2 \cdot 1$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno k confronti, dove: $2^k \geq n! > 2^{k-1}$
- Ovvero: $k \approx \log_2(n!)$

Informazioni... per districarsi fra casi possibili

Numero minimo di confronti che una strategia ideale deve effettuare per riuscire a ordinare n oggetti nella situazione più sfavorevole...

- $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ \ldots \ \cdot 2 \cdot 1$ casi possibili
- Ogni confronto determina una bipartizione di casi
- Per bipartizioni *bilanciate* occorrono almeno k confronti, dove: $2^k \geq n! > 2^{k-1}$
- Ovvero: $k \approx \log_2(n!)$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma…

$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} < n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 < n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < n! < n^n$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma…
$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} < n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 < n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < n! < n^n$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma…
$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} < n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 < n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < n! < n^n$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma...
$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n \quad$ (n volte)
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad < \quad n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $\quad (\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} \quad < \quad n! \quad < \quad n^n$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma...
$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n \quad$ (n volte)
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad < \quad n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $\quad (\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} \quad < \quad n! \quad < \quad n^n$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma...
$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n \quad$ (n volte)
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad > \quad n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2}$
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad < \quad n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $\quad (\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} \quad < \quad n! \quad < \quad n^n$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma...
$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n \quad$ (n volte)
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad > \quad \frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad$ ($\frac{n}{2}$ volte)
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad < \quad n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $\quad (\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} \quad < \quad n! \quad < \quad n^n$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma...
$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n \quad$ (n volte)
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad > \quad \frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad$ ($\frac{n}{2}$ volte)
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad < \quad n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $\quad (\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} \quad < \quad n! \quad < \quad n^n$

$\log(n!)$?

$x!$ cresce molto rapidamente, ma...
$\log(x)$ cresce molto lentamente

- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n \quad$ (n volte)
- $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad > \quad \frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad$ ($\frac{n}{2}$ volte)
- $\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{n}{2} \quad < \quad n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1 \quad < \quad n \cdot n \cdot \ldots \cdot n$
- Cioè: $\quad (\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} \quad < \quad n! \quad < \quad n^n$

$\log(n!)$?

In realtà più del numero preciso di confronti interessa il *trend*: come peggiorano le prestazioni al crescere di n

- $(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < n! < n^n$
- $\log(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < \log(n!) < \log(n^n)$
- $\frac{n}{2}\log(\frac{n}{2}) < \log(n!) < n\log(n)$
- $k \approx \log(n!) \approx \gamma \cdot n\log(n)$

$\log(n!)$?

In realtà più del numero preciso di confronti interessa il *trend*: come peggiorano le prestazioni al crescere di n

- $(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < n! < n^n$
- $\log(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < \log(n!) < \log(n^n)$
- $\frac{n}{2}\log(\frac{n}{2}) < \log(n!) < n\log(n)$
- $k \approx \log(n!) \approx \gamma \cdot n\log(n)$

$\log(n!)$?

In realtà più del numero preciso di confronti interessa il *trend*: come peggiorano le prestazioni al crescere di n

- $(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < n! < n^n$
- $\log(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < \log(n!) < \log(n^n)$
- $\frac{n}{2}\log(\frac{n}{2}) < \log(n!) < n\log(n)$
- $k \approx \log(n!) \approx \gamma \cdot n\log(n)$

$\log(n!)$?

In realtà più del numero preciso di confronti interessa il *trend*: come peggiorano le prestazioni al crescere di n

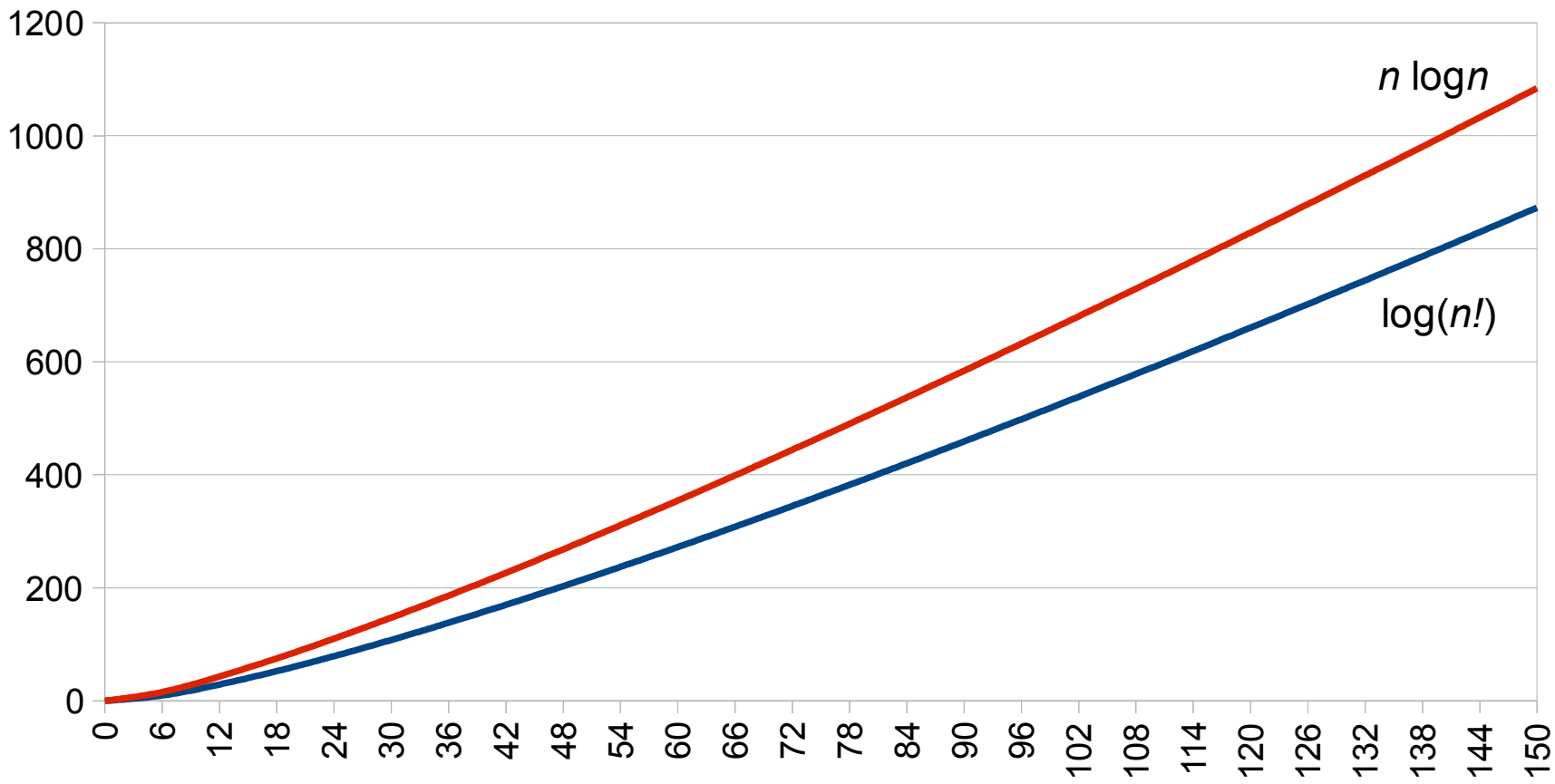
- $(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < n! < n^n$
- $\log(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < \log(n!) < \log(n^n)$
- $\frac{n}{2}\log(\frac{n}{2}) < \log(n!) < n\log(n)$
- $k \approx \log(n!) \approx \gamma \cdot n\log(n)$

$\log(n!)$?

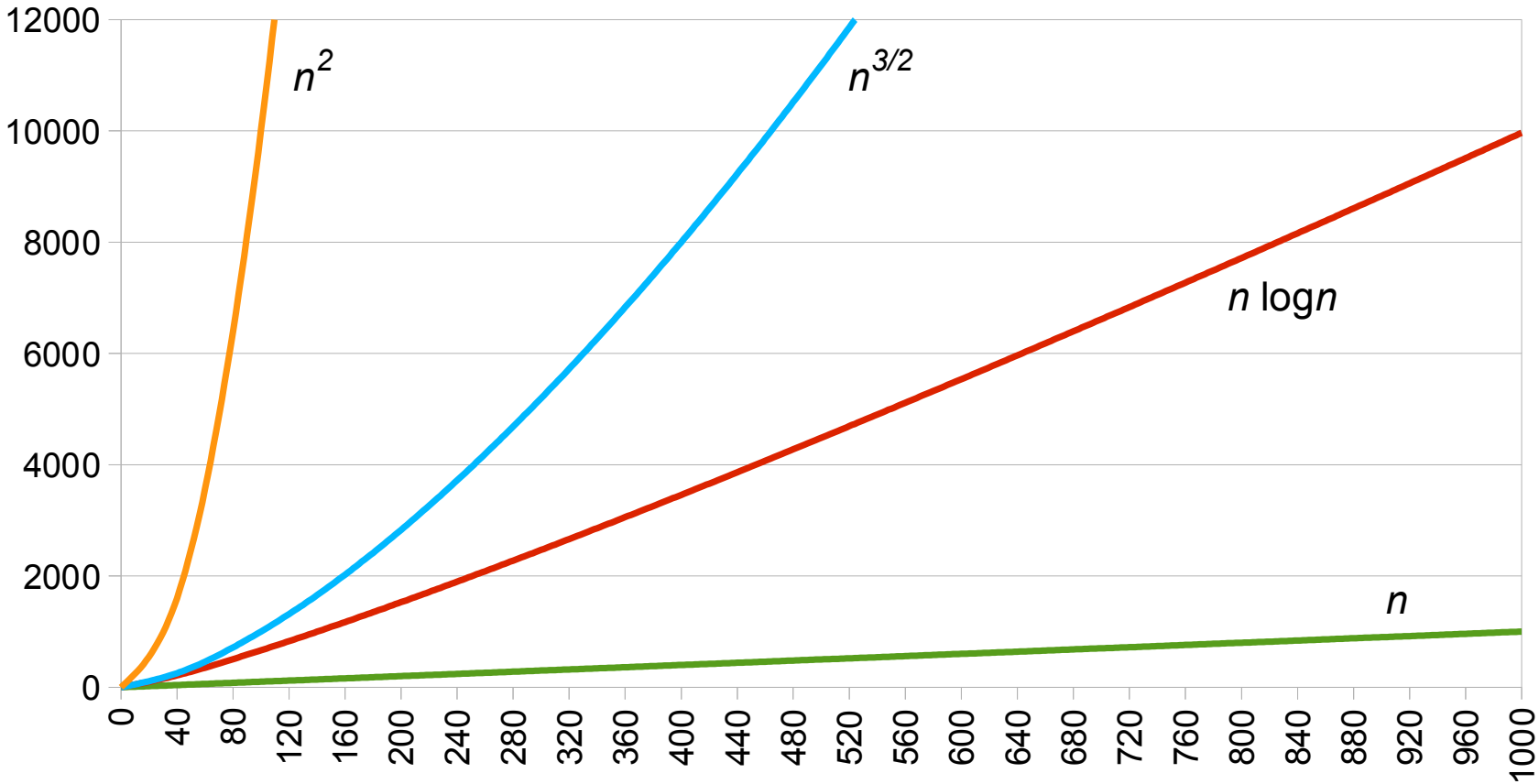
In realtà più del numero preciso di confronti interessa il *trend*: come peggiorano le prestazioni al crescere di n

- $(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < n! < n^n$
- $\log(\frac{n}{2})^{\frac{n}{2}} < \log(n!) < \log(n^n)$
- $\frac{n}{2}\log(\frac{n}{2}) < \log(n!) < n\log(n)$
- $k \approx \log(n!) \approx \gamma \cdot n\log(n)$

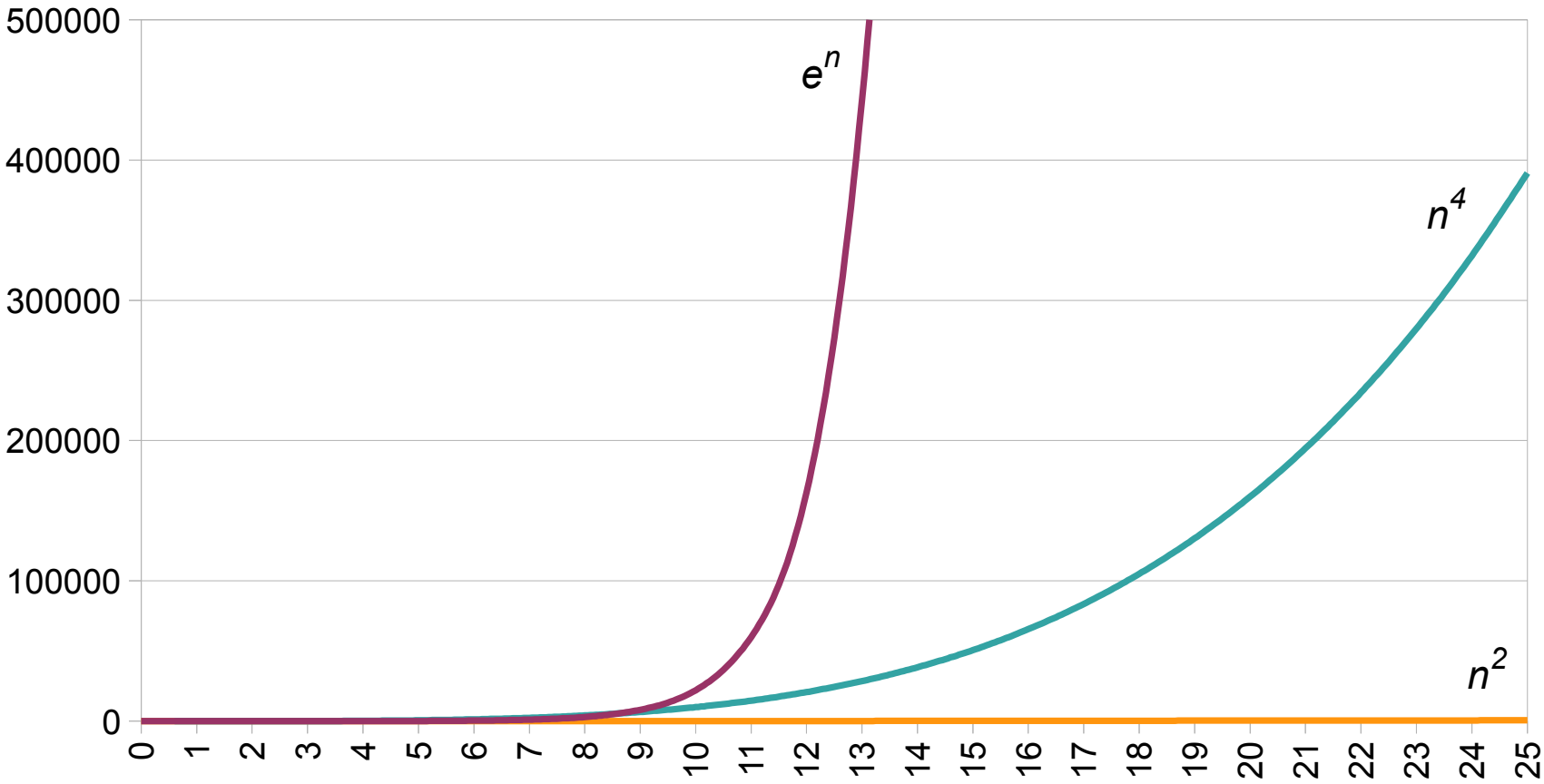
$\log(n!)$?


1200
1000
800
600
400
200
0
0
6
12
18
24
30
36
42
48
54
60
66
72
78
84
90
96
102
108
114
120
126
132
138
144
150
n logn
log(n!)

Cogliere il significato

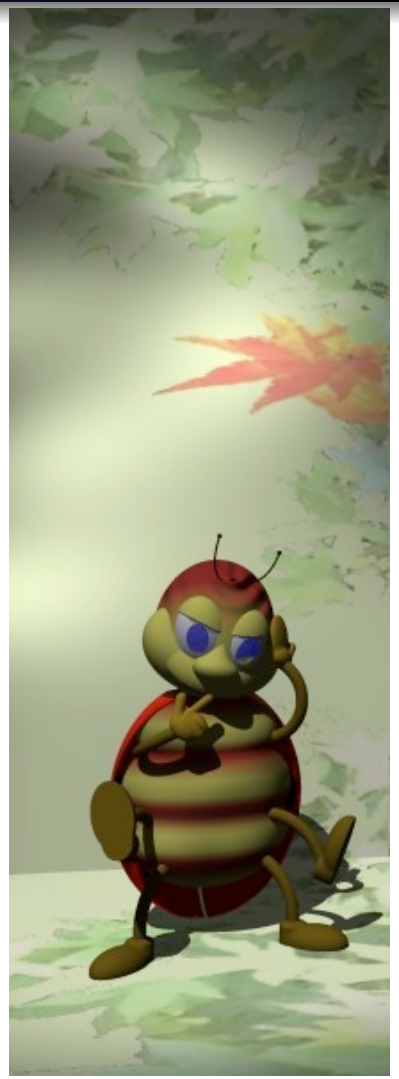


L'impresa impossibile della formichina...



Trama

1. Problema
   - in generale
2. Informazioni
   - analisi
   - cogliere il significato
3. Algoritmi
   - insertion sort
   - quick sort
4. Epilogo



Algoritmi

- Numero di confronti che non cresca più rapidamente di $n \log(n)$ . . .
- Questo obiettivo è perseguibile?
- Esistono, cioè, strategie con *trend* ottimale?

Algoritmi

- Numero di confronti che non cresca più rapidamente di $n \log(n)$ . . .
- Questo obiettivo è perseguibile?
- Esistono, cioè, strategie con *trend* ottimale?

Algoritmi

- Numero di confronti che non cresca più rapidamente di $n \log(n)$ . . .
- Questo obiettivo è perseguibile?
- Esistono, cioè, strategie con *trend* ottimale?

Insertion Sort

Insertion Sort

Insertion Sort

Insertion Sort

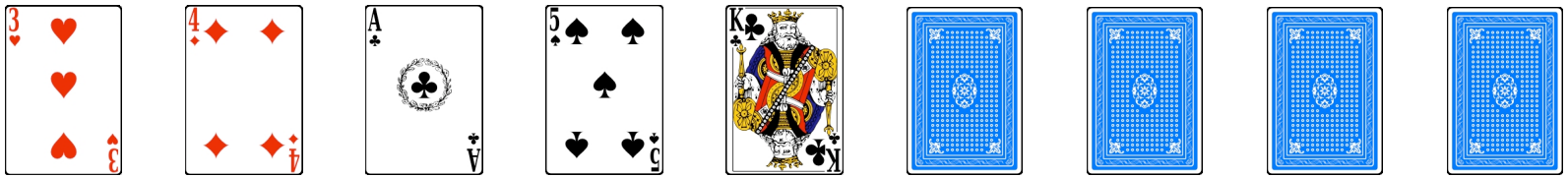
Insertion Sort

Insertion Sort

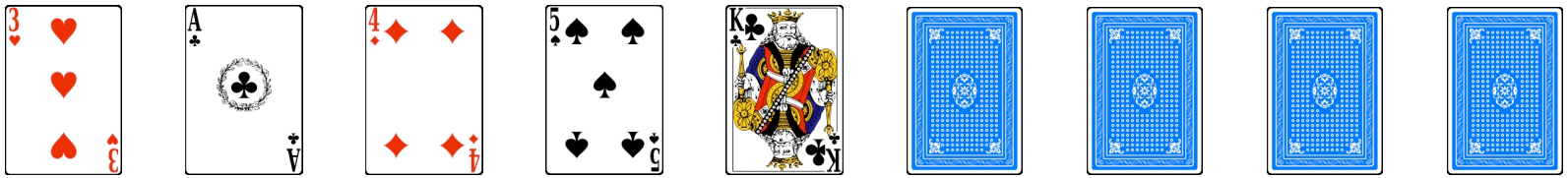
Insertion Sort

Insertion Sort

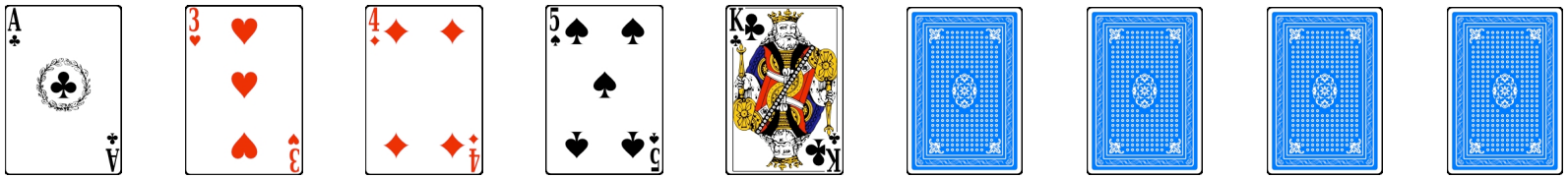
Insertion Sort



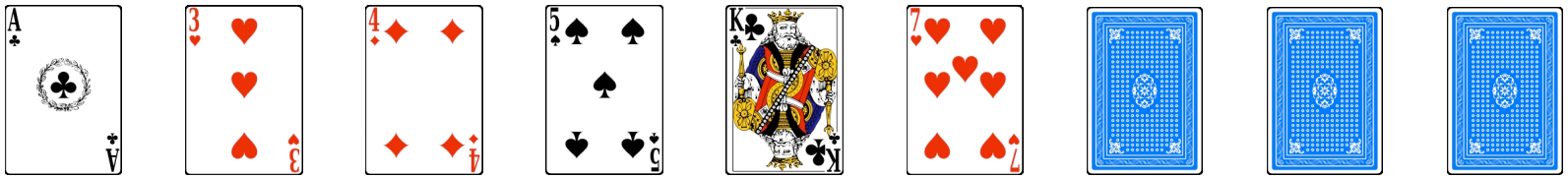
Insertion Sort



Insertion Sort



Insertion Sort



Insertion Sort

Insertion Sort

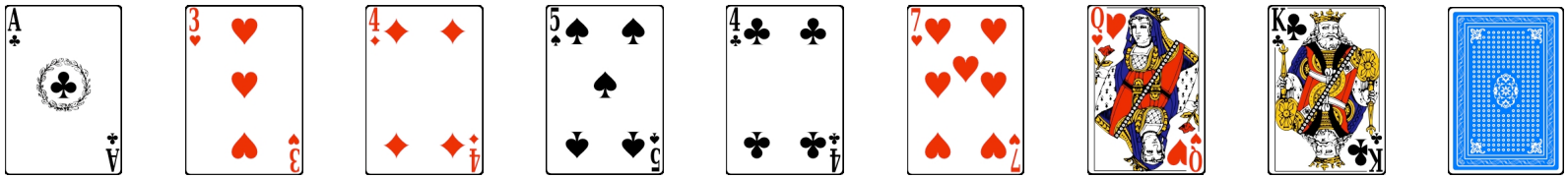
Insertion Sort

Insertion Sort

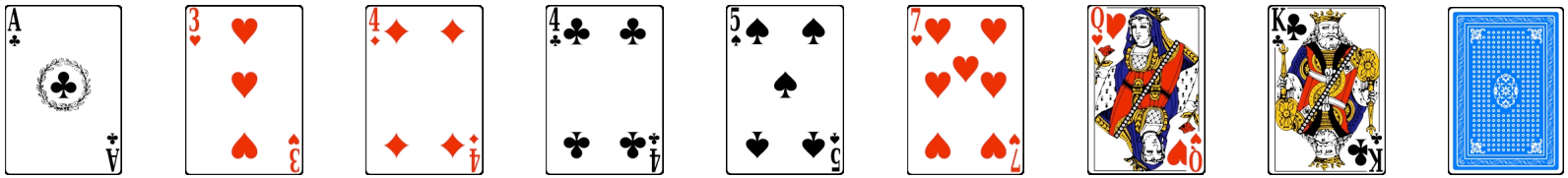
Insertion Sort

Insertion Sort

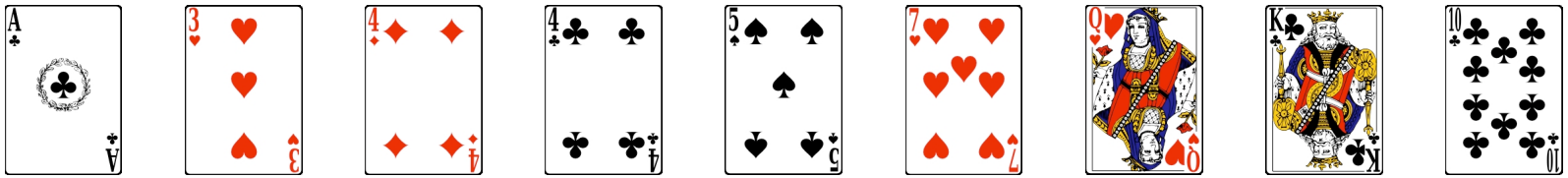
Insertion Sort



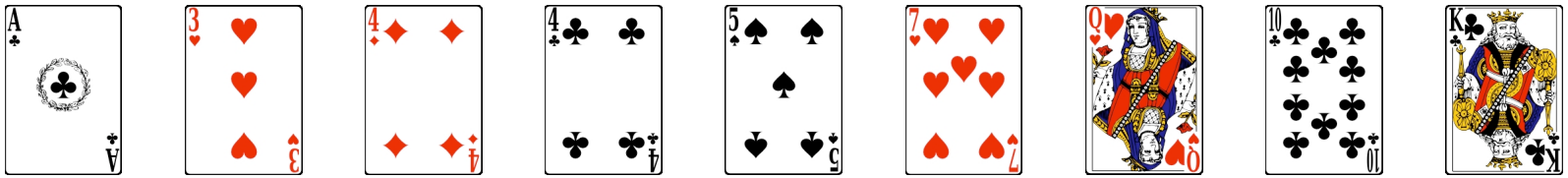
Insertion Sort



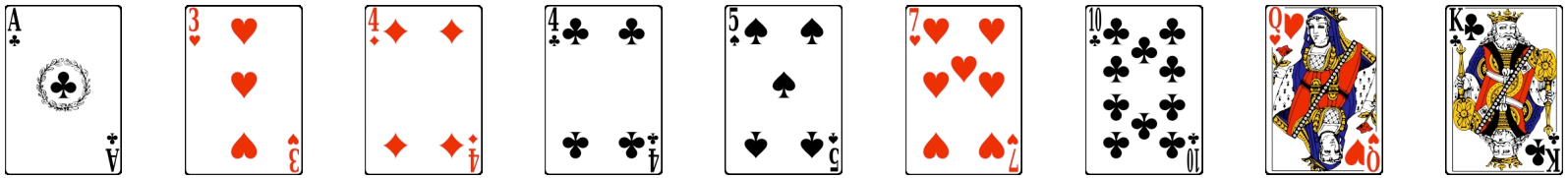
Insertion Sort



Insertion Sort



Insertion Sort



Programma

```
public void insertionSort( int[] seq ) {

  int n = seq.length;

  for ( int i=1; i<n; i++ ) {

    int  x = seq[i],  j = i - 1;

    while ( (j >= 0) && (seq[j] > x) ) {
      seq[j+1] = seq[j];  j = j - 1;
    }
    seq[j+1] = x;
  }
}
```

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Stima dei costi computazionali

InsertionSort: Sitma del numero di confronti

- Caso peggiore:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2} \approx \alpha \cdot n^2$$

- Caso migliore (già ordinato), estremamente improbabile:

$$\approx \beta \cdot n$$

- Caso medio (in "media" $\frac{1}{2}k$ confronti per l'inserimento fra k oggetti già ordinati):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{n(n-1)}{2} \text{ (circa)} \approx \gamma \cdot n^2$$

Stima dei costi computazionali

InsertionSort: Sitma del numero di confronti

- Caso peggiore:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2} \approx \alpha \cdot n^2$$

- Caso migliore (già ordinato), estremamente improbabile:

$$\approx \beta \cdot n$$

- Caso medio (in "media" $\frac{1}{2}k$ confronti per l'inserimento fra k oggetti già ordinati):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{n(n-1)}{2} \text{ (circa)} \approx \gamma \cdot n^2$$

Stima dei costi computazionali

InsertionSort: Sitma del numero di confronti

- Caso peggiore:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2} \approx \alpha \cdot n^2$$

- Caso migliore (già ordinato), estremamente improbabile:

$$\approx \beta \cdot n$$

- Caso medio (in "media" $\frac{1}{2}k$ confronti per l'inserimento fra k oggetti già ordinati):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{n(n-1)}{2} \text{ (circa)} \approx \gamma \cdot n^2$$

Stima dei costi computazionali

InsertionSort: Sitma del numero di confronti

- Caso peggiore:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2}\approx\alpha\cdot n^2$$

- Caso migliore (già ordinato), estremamente improbabile:

$$\approx\beta\cdot n$$

- Caso medio (in "media" $\frac{1}{2}k$ confronti per l'inserimento fra k oggetti già ordinati):

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{n(n-1)}{2}\text{ (circa)}\approx\gamma\cdot n^2$$

Quick Sort

Quick Sort

Quick Sort

Quick Sort

Quick Sort

Quick Sort

Quick Sort

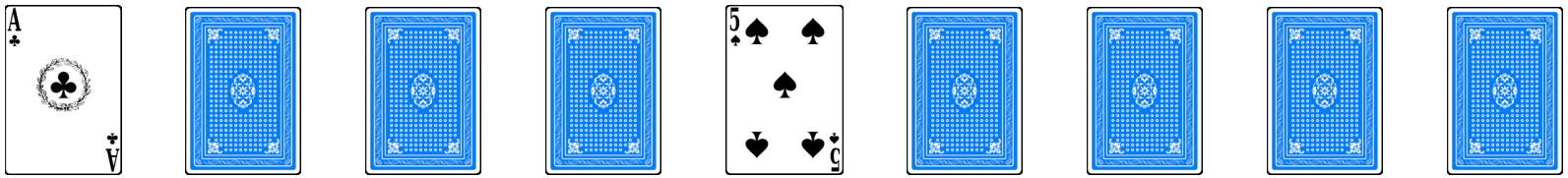
Quick Sort

Quick Sort

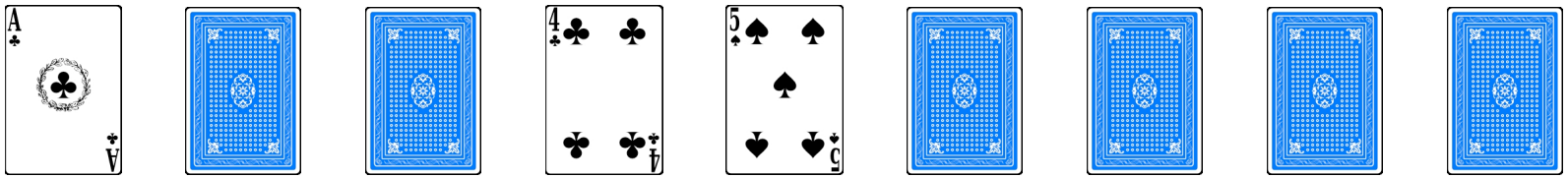
Quick Sort

Quick Sort

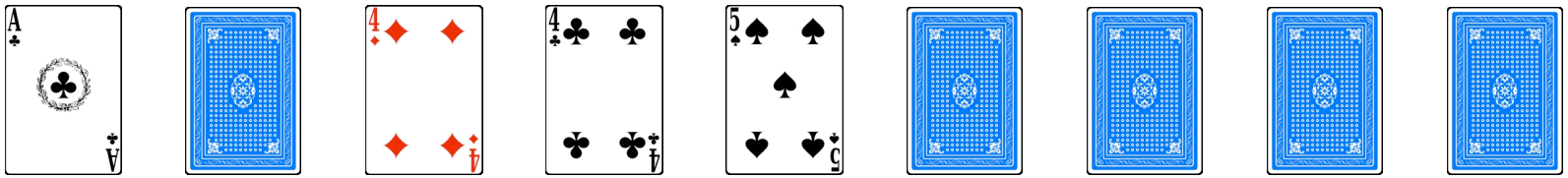
Quick Sort



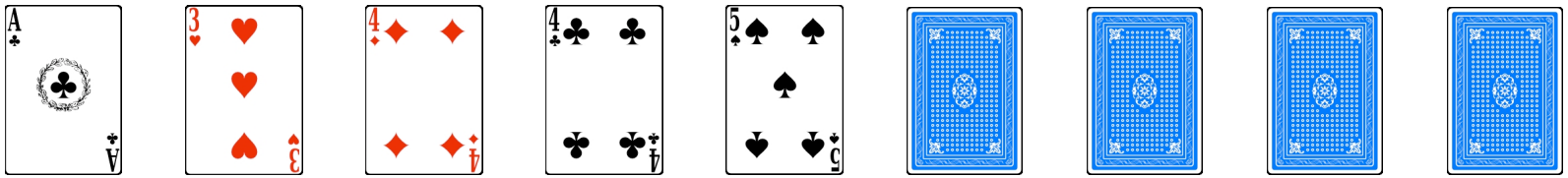
Quick Sort



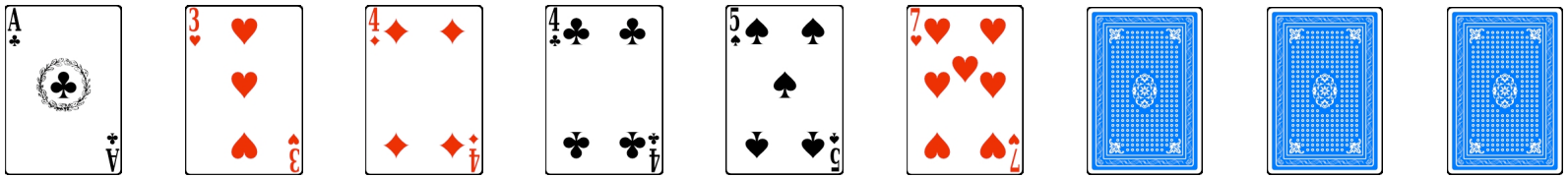
Quick Sort



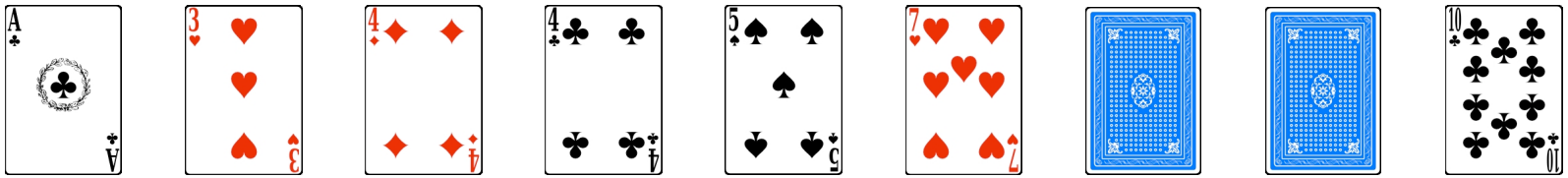
Quick Sort



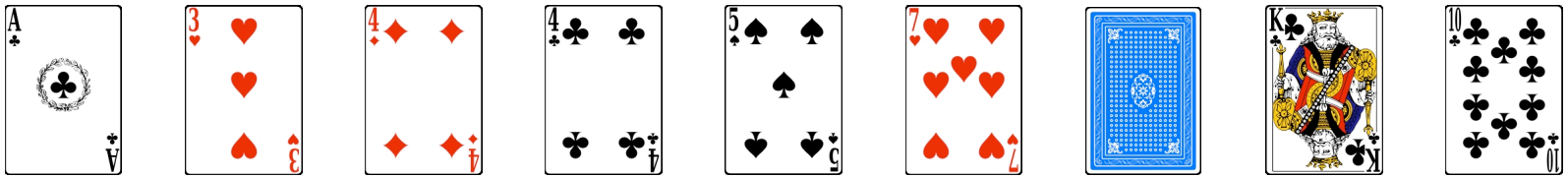
Quick Sort



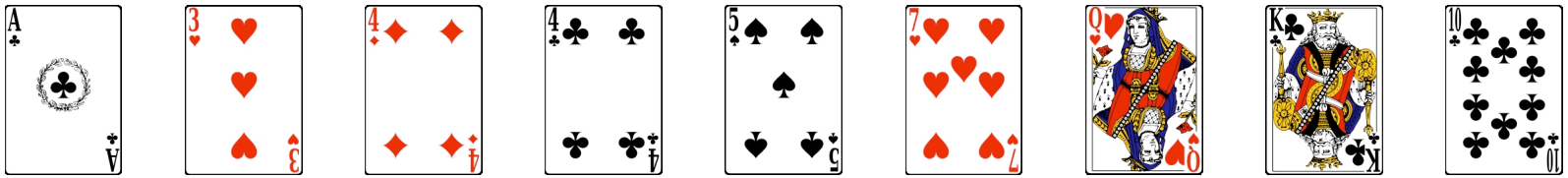
Quick Sort



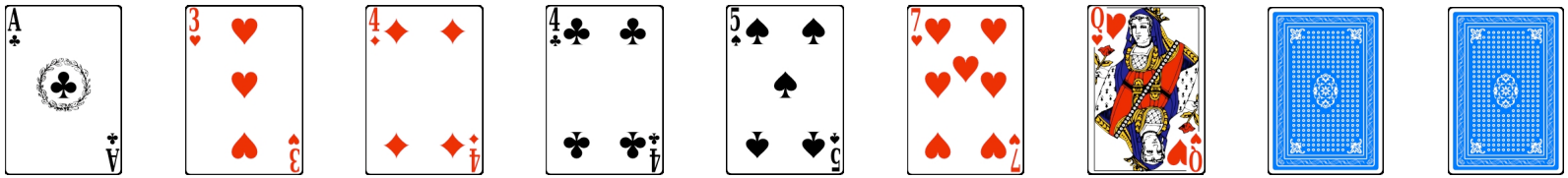
Quick Sort



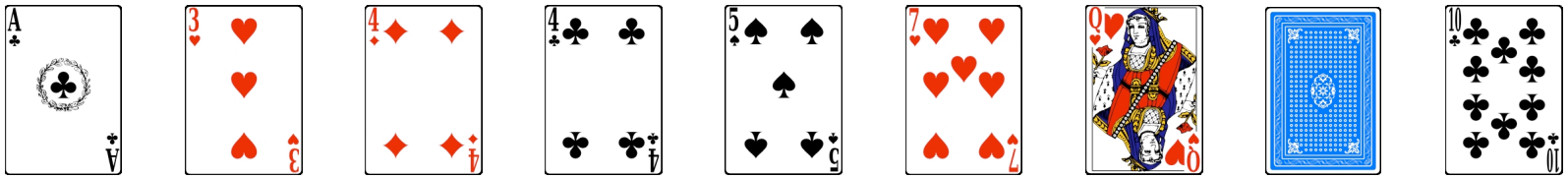
Quick Sort



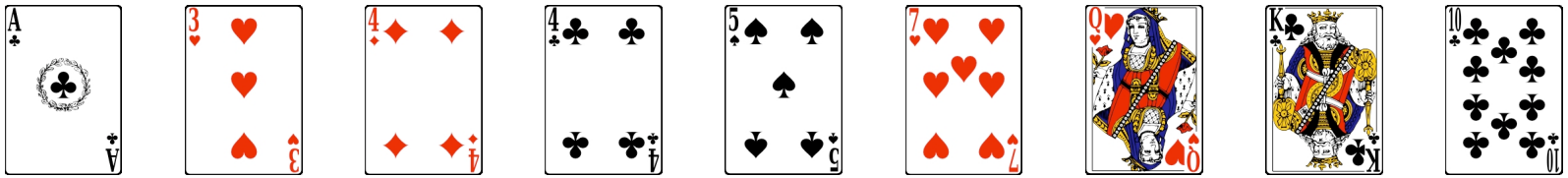
Quick Sort



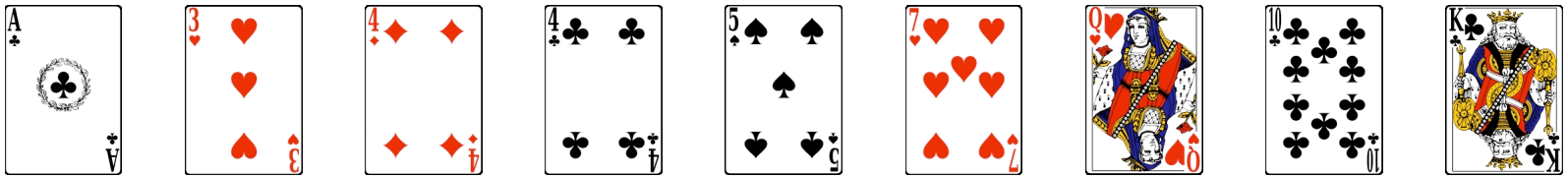
Quick Sort



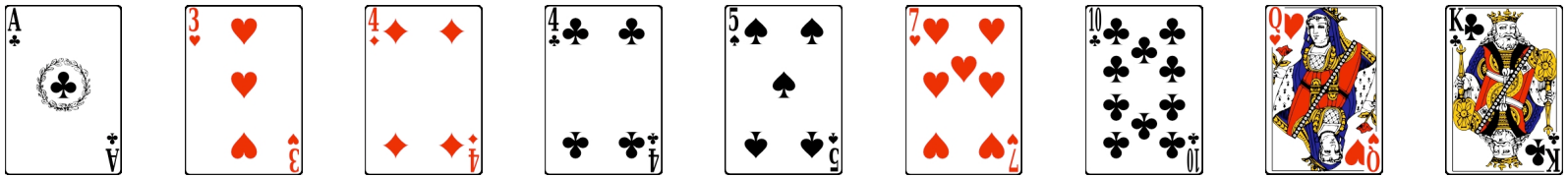
Quick Sort



Quick Sort



Quick Sort



Programma

```
private void quickSort( int l, int u, int[] seq ) {

  if ( l < u ) {
    int  m = seq[l],  i = l,  j = u;
    do {
      while ( seq[i] < m ) {  i = i + 1;  }
      while ( seq[j] > m ) {  j = j - 1;  }
      if ( i < j ) {
        int x = seq[i];  seq[i] = seq[j];  seq[j] = x;
        i = i + 1;  j = j - 1;
      }
    } while ( i < j );
    if ( seq[j] > m ) {  j = j - 1;  }
    quickSort( l, j, seq );
    quickSort( j+1, u, seq );
  }
}
```

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Algoritmo

- Visualizzazione

- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

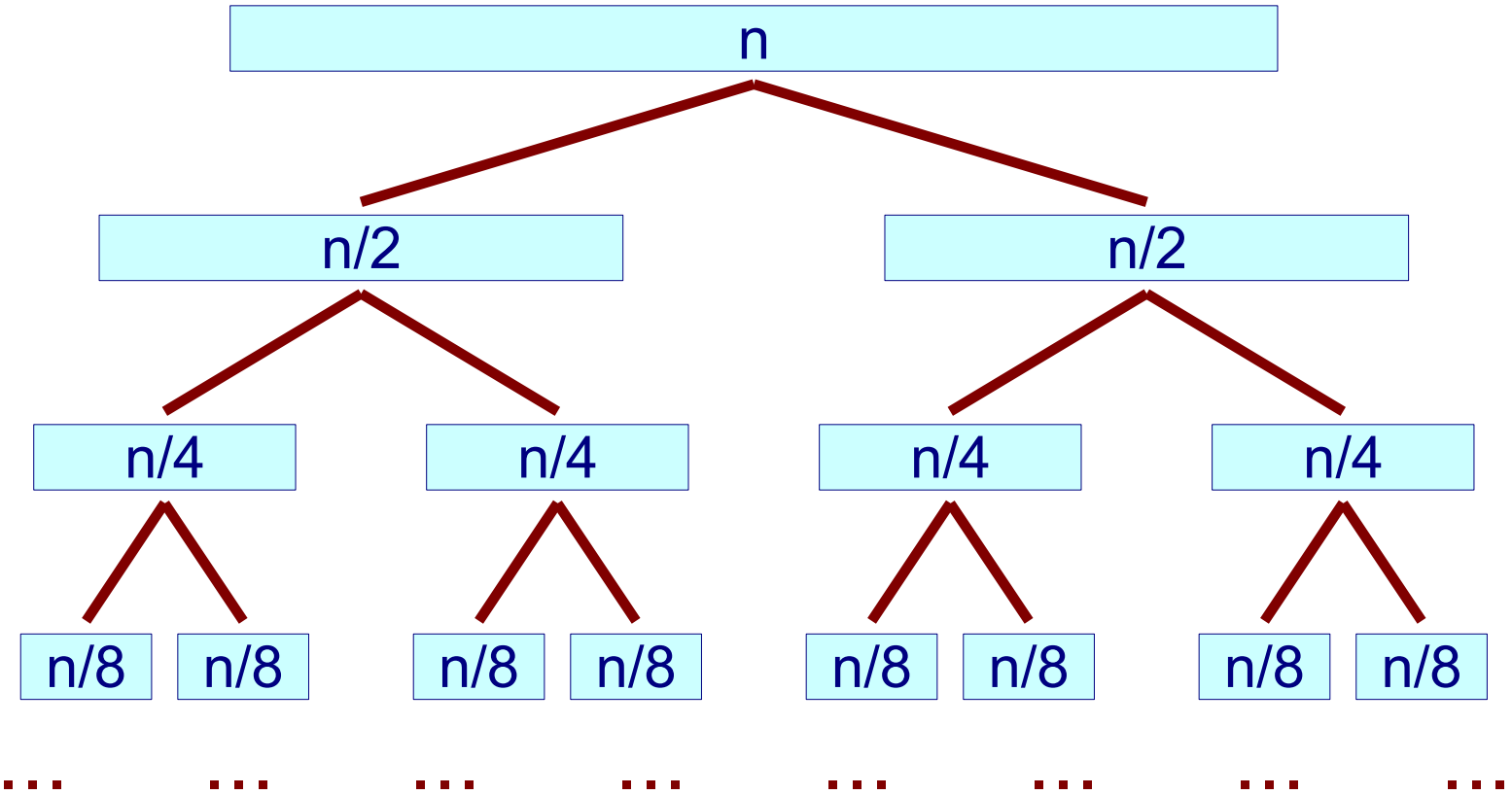
Algoritmo

- Visualizzazione

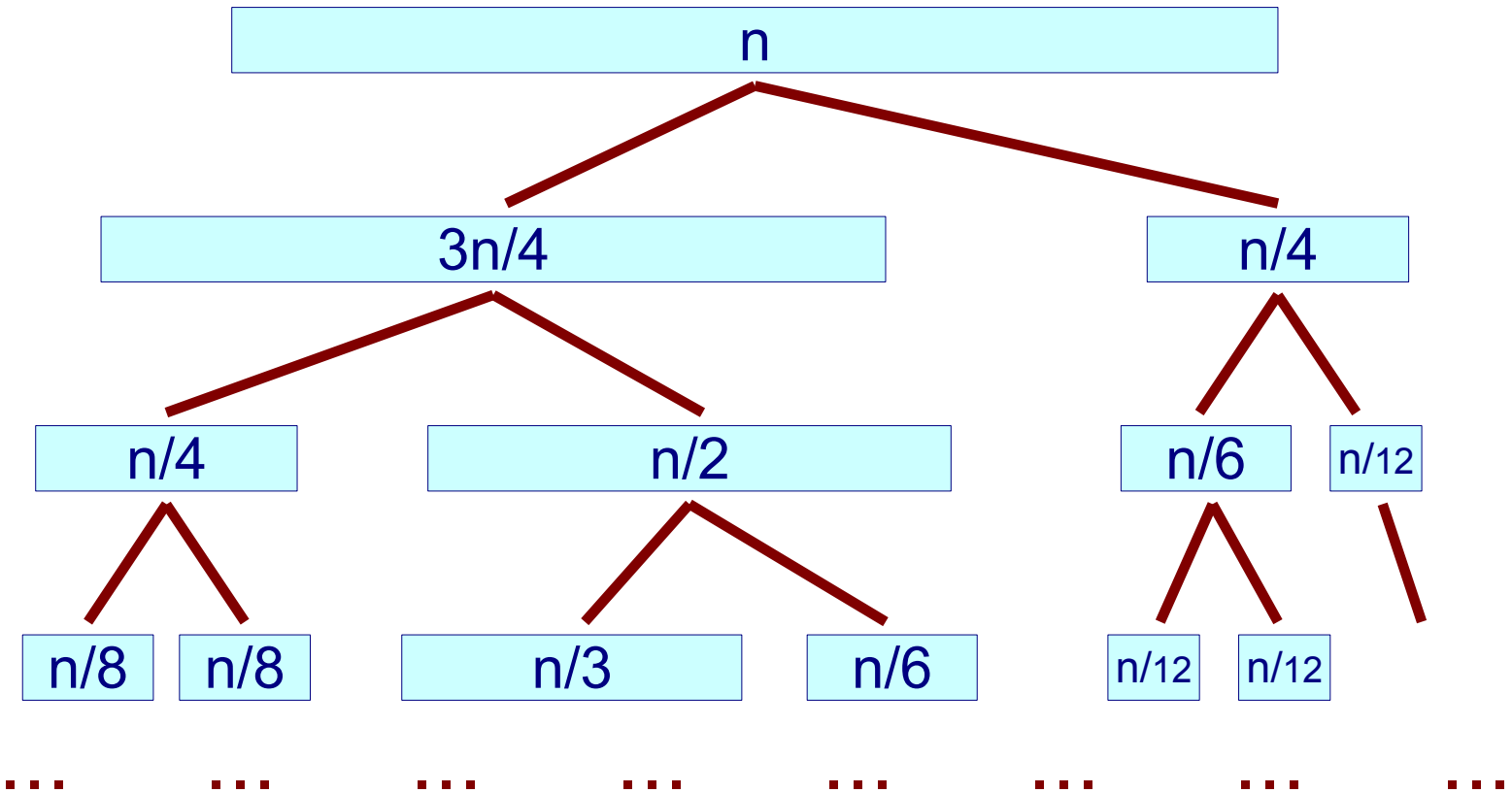
- È un algoritmo con trend ottimale?

- Quanto ci si può aspettare aumenti il tempo di calcolo
  - se la lunghezza della sequenza raddoppia ($\times$ 2)?
  - e se viene decuplicata ($\times$ 10)?

Bipartizioni perfettamente bilanciate



Bipartizioni più o meno bilanciate



Stima dei costi computazionali

QuickSort: Sitma del numero di confronti

- Caso peggiore, estremamente improbabile:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2}\approx\alpha\cdot n^2$$

- Caso migliore, bipartizioni perfettamente bilanciate:

$$\log n \text{ (livelli)} \cdot n \text{ (confronti/livello)} \approx \beta \cdot n \log n$$

- Caso medio, bipartizioni in proporzione $\frac{1}{\rho}$ e $1-\frac{1}{\rho}$ (ripartizione "media", dove $1<\rho<2$):

$$\log_\rho n \text{ (livelli)} \cdot n \text{ (confronti/livello)} \approx \gamma \cdot n \log n$$

Stima dei costi computazionali

QuickSort: Sitma del numero di confronti

- Caso peggiore, estremamente improbabile:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2}\approx\alpha\cdot n^2$$

- Caso migliore, bipartizioni perfettamente bilanciate:

$$\log n \text{ (livelli)}\cdot n \text{ (confronti/livello)}\approx\beta\cdot n\log n$$

- Caso medio, bipartizioni in proporzione $\frac{1}{\rho}$ e $1-\frac{1}{\rho}$ (ripartizione "media", dove $1<\rho<2$):

$$\log_\rho n \text{ (livelli)}\cdot n \text{ (confronti/livello)}\approx\gamma\cdot n\log n$$

Stima dei costi computazionali

QuickSort: Sitma del numero di confronti

- Caso peggiore, estremamente improbabile:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2}\approx\alpha\cdot n^2$$

- Caso migliore, bipartizioni perfettamente bilanciate:

$$\log n \text{ (livelli)}\cdot n \text{ (confronti/livello)}\approx\beta\cdot n\log n$$

- Caso medio, bipartizioni in proporzione $\frac{1}{\rho}$ e $1-\frac{1}{\rho}$ (ripartizione "media", dove $1<\rho<2$):

$$\log_\rho n \text{ (livelli)}\cdot n \text{ (confronti/livello)}\approx\gamma\cdot n\log n$$

Stima dei costi computazionali

QuickSort: Sitma del numero di confronti

- Caso peggiore, estremamente improbabile:

$$(n-1)+(n-2)+\ldots+2+1=\frac{n(n-1)}{2} \approx \alpha \cdot n^2$$

- Caso migliore, bipartizioni perfettamente bilanciate:

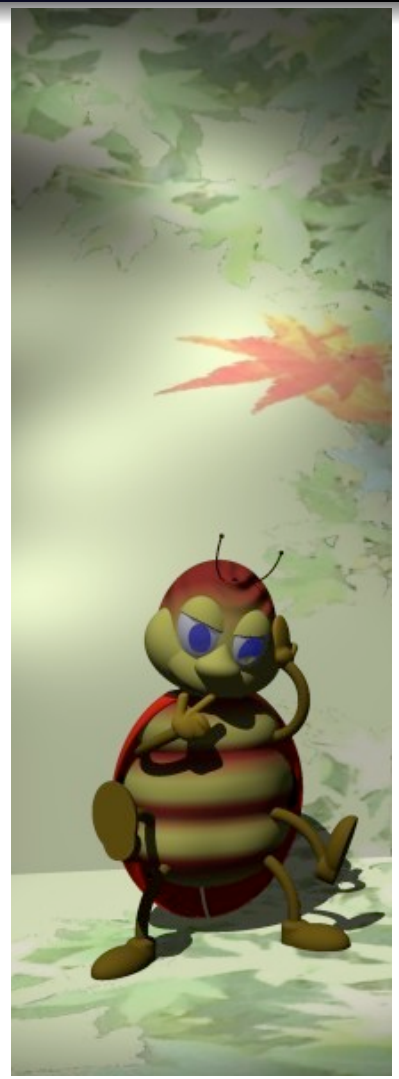
$$\log n \text{ (livelli)} \cdot n \text{ (confronti/livello)} \approx \beta \cdot n \log n$$

- Caso medio, bipartizioni in proporzione $\frac{1}{\rho}$ e $1-\frac{1}{\rho}$ (ripartizione "media", dove $1<\rho<2$):

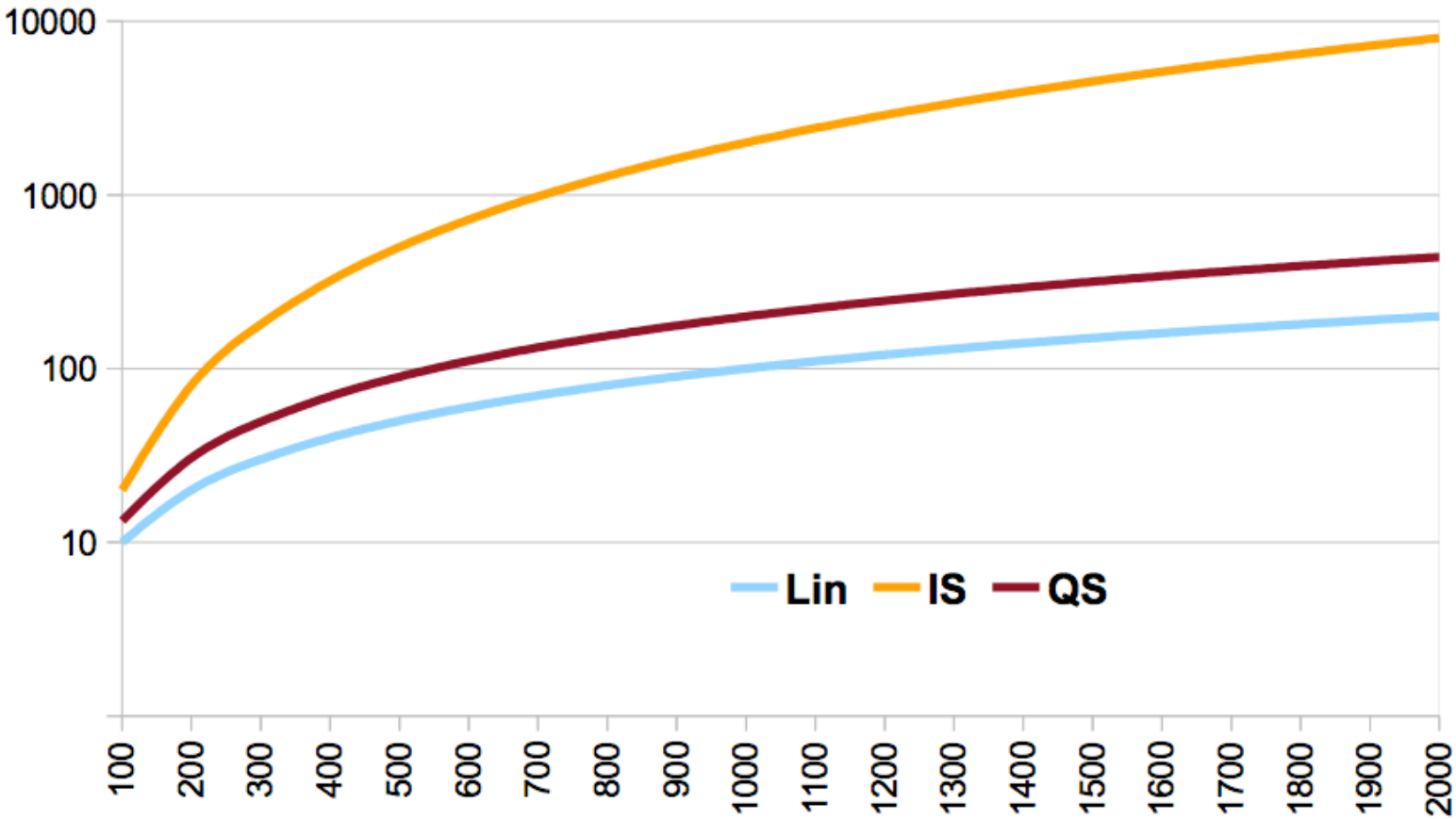
$$\log_\rho n \text{ (livelli)} \cdot n \text{ (confronti/livello)} \approx \gamma \cdot n \log n$$

Trama

1. Problema
   - in generale
2. Informazioni
   - analisi
   - cogliere il significato
3. Algoritmi
   - insertion sort
   - quick sort
4. Epilogo



Confronto dei trend



Altri algoritmi

- Visualizzazione

- Quali algoritmi hanno trend dei costi ottimale?

Altri algoritmi

- Visualizzazione

- Quali algoritmi hanno trend dei costi ottimale?

Domandina...

Che tipo di “informatica” abbiamo affrontato oggi?

Risposta:

Domandina...

Che tipo di “informatica” abbiamo affrontato oggi?

Risposta:

Analisi teorica con strumenti caratteristici della matematica

Nuove domande. . . da affrontare in laboratorio

- Come si può misurare sperimentalmente tempi di calcolo? I risultati sono sempre attendibili?
- I tempi rilevati sperimentalmente confermano la teoria? In che senso la confermano?
- *Quick Sort* è sistematicamente migliore di *Insertion Sort* ? si osserva qualcosa di nuovo rispetto all'analisi teorica?

Nuove domande. . . da affrontare in laboratorio

- Come si può misurare sperimentalmente tempi di calcolo? I risultati sono sempre attendibili?
- I tempi rilevati sperimentalmente confermano la teoria? In che senso la confermano?
- *Quick Sort* è sistematicamente migliore di *Insertion Sort* ? si osserva qualcosa di nuovo rispetto all'analisi teorica?

Nuove domande. . . da affrontare in laboratorio

- Come si può misurare sperimentalmente tempi di calcolo? I risultati sono sempre attendibili?
- I tempi rilevati sperimentalmente confermano la teoria? In che senso la confermano?
- *Quick Sort* è sistematicamente migliore di *Insertion Sort* ? si osserva qualcosa di nuovo rispetto all'analisi teorica?

Apprendista scienziato

Messa a punto di un adeguato “strumento di misura”

- *Ordine di grandezza* e unità di misura dei tempi di calcolo
- *Risoluzione*, ripetibilità, interferenza di fattori estranei
- Misura dei tempi *medi* di ordinamento, generazione dei campioni, criteri
- Compensazione di *errori sistematici* della misurazione