

# Geometria della fisica e fisica della geometria

Sebastiano Sonego<sup>1</sup>

Dipartimento di Chimica, Fisica e Ambiente



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI UDINE**

9 Aprile 2013

---

<sup>1</sup>[sebastiano.sonego@uniud.it](mailto:sebastiano.sonego@uniud.it)

Cosa ci può dire la fisica a proposito del concetto di spazio?

Tradizionalmente, lo spazio è oggetto di studio da parte della *matematica* e della *filosofia*.

In fisica, le proprietà dello spazio (geometria) vengono *utilizzate* come *strumento*, analogamente a quanto si fa con l'aritmetica o l'algebra.

Cosa ci può dire la fisica a proposito del concetto di spazio?

Tradizionalmente, lo spazio è oggetto di studio da parte della **matematica** e della **filosofia**.

In fisica, le proprietà dello spazio (geometria) vengono **utilizzate** come **strumento**, analogamente a quanto si fa con l'aritmetica o l'algebra.

Cosa ci può dire la fisica a proposito del concetto di spazio?

Tradizionalmente, lo spazio è oggetto di studio da parte della **matematica** e della **filosofia**.

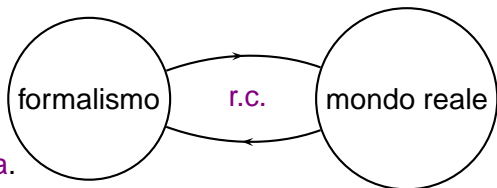
In fisica, le proprietà dello spazio (geometria) vengono **utilizzate** come **strumento**, analogamente a quanto si fa con l'aritmetica o l'algebra.

# Geometria matematica & geometria fisica

Non bisogna confondere una **geometria matematica** con la **geometria fisica**!

Teoria fisica:

- teoria matematica (formalismo);
- regole di corrispondenza.



Alla base della geometria fisica vi è una particolare geometria matematica; ma c'è anche la richiesta addizionale che la teoria descriva correttamente le nostre misure di distanza.

La geometria euclidea è nata come sistema formale adatto a descrivere la geometria dello spazio fisico  $\Rightarrow$  **confusione!**

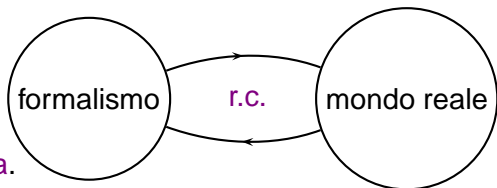
Vogliamo sapere quale, fra le infinite geometrie matematiche, descrive più accuratamente le proprietà dello spazio fisico.

# Geometria matematica & geometria fisica

Non bisogna confondere una **geometria matematica** con la **geometria fisica**!

Teoria fisica:

- teoria matematica (formalismo);
- **regole di corrispondenza.**



Alla base della geometria fisica vi è una particolare geometria matematica; ma c'è anche la richiesta aggiuntiva che la teoria descriva correttamente le nostre misure di distanza.

La geometria euclidea è nata come sistema formale adatto a descrivere la geometria dello spazio fisico  $\Rightarrow$  **confusione!**

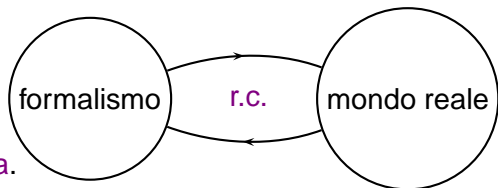
Vogliamo sapere quale, fra le infinite geometrie matematiche, descrive più accuratamente le **proprietà dello spazio fisico.**

# Geometria matematica & geometria fisica

Non bisogna confondere una **geometria matematica** con la **geometria fisica**!

Teoria fisica:

- teoria matematica (formalismo);
- regole di corrispondenza.



Alla base della geometria fisica vi è una particolare geometria matematica; ma c'è anche la richiesta addizionale che la teoria descriva correttamente le nostre misure di distanza.

La geometria euclidea è nata come sistema formale adatto a descrivere la geometria dello spazio fisico  $\Rightarrow$  **confusione!**

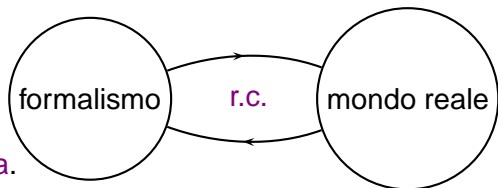
Vogliamo sapere quale, fra le infinite geometrie matematiche, descrive più accuratamente le proprietà dello spazio fisico.

# Geometria matematica & geometria fisica

Non bisogna confondere una **geometria matematica** con la **geometria fisica**!

Teoria fisica:

- teoria matematica (formalismo);
- **regole di corrispondenza.**



Alla base della geometria fisica vi è una particolare geometria matematica; ma c'è anche la richiesta addizionale che la teoria descriva correttamente le nostre misure di distanza.

La geometria euclidea è nata come sistema formale adatto a descrivere la geometria dello spazio fisico  $\Rightarrow$  **confusione!**

**Vogliamo sapere quale, fra le infinite geometrie matematiche, descrive più accuratamente le proprietà dello spazio fisico.**



# Due domande

**D1:** Quali sono le leggi della geometria fisica?

**D2:** In che relazione stanno rispetto alle altre leggi fisiche?

# Due domande

**D1:** Quali sono le leggi della geometria fisica?

**D2:** In che relazione stanno rispetto alle altre leggi fisiche?

# Le risposte fino al 1900

**R1:** La geometria è euclidea.

**D2:** Il comportamento dei sistemi fisici presuppone la validità delle leggi della geometria, ma non le influenza.

Le proprietà dello spazio sono **assolute**, indipendenti dall'osservatore e dal contenuto materiale. Non vi è un "principio di azione e reazione" fra materia e spazio.

Analogia:

- spazio  $\longleftrightarrow$  palcoscenico;
- materia  $\longleftrightarrow$  attori.

(Dissidenti: Leibniz; Berkeley; Gauss; Lobachevsky; Riemann; Clifford; Mach.)

# Le risposte fino al 1900

**R1:** La geometria è euclidea.

**D2:** Il comportamento dei sistemi fisici presuppone la validità delle leggi della geometria, ma non le influenza.

Le proprietà dello spazio sono *assolute*, indipendenti dall'osservatore e dal contenuto materiale. Non vi è un "principio di azione e reazione" fra materia e spazio.

Analogia:

- spazio  $\longleftrightarrow$  palcoscenico;
- materia  $\longleftrightarrow$  attori.

(Dissidenti: Leibniz; Berkeley; Gauss; Lobachevsky; Riemann; Clifford; Mach.)

**R1:** La geometria è euclidea.

**D2:** Il comportamento dei sistemi fisici presuppone la validità delle leggi della geometria, ma non le influenza.

Le proprietà dello spazio sono **assolute**, indipendenti dall'osservatore e dal contenuto materiale. Non vi è un "principio di azione e reazione" fra materia e spazio.

Analogia:

- spazio  $\longleftrightarrow$  palcoscenico;
- materia  $\longleftrightarrow$  attori.

(Dissidenti: Leibniz; Berkeley; Gauss; Lobachevsky; Riemann; Clifford; Mach.)

Nei primi 15 anni del XX secolo, questo quadro concettuale cambia, e lo studio delle proprietà geometriche dello spazio diviene esattamente analogo a quello delle proprietà fisiche della materia.

Lo sviluppo avviene in quattro fasi:

1. Crisi del 1900
2. Teoria della relatività ristretta (1905)
3. Spaziotempo di Minkowski (1908)
4. Teoria della relatività generale (1913–1915)

Nei primi 15 anni del XX secolo, questo quadro concettuale cambia, e lo studio delle proprietà geometriche dello spazio diviene esattamente analogo a quello delle proprietà fisiche della materia.

Lo sviluppo avviene in quattro fasi:

1. Crisi del 1900
2. Teoria della relatività ristretta (1905)
3. Spaziotempo di Minkowski (1908)
4. Teoria della relatività generale (1913–1915)

Nei primi 15 anni del XX secolo, questo quadro concettuale cambia, e lo studio delle proprietà geometriche dello spazio diviene esattamente analogo a quello delle proprietà fisiche della materia.

Lo sviluppo avviene in quattro fasi:

1. Crisi del 1900
2. Teoria della relatività ristretta (1905)
3. Spaziotempo di Minkowski (1908)
4. Teoria della relatività generale (1913–1915)



Nei primi 15 anni del XX secolo, questo quadro concettuale cambia, e lo studio delle proprietà geometriche dello spazio diviene esattamente analogo a quello delle proprietà fisiche della materia.

Lo sviluppo avviene in quattro fasi:

1. Crisi del 1900
2. Teoria della relatività ristretta (1905)
3. Spaziotempo di Minkowski (1908)
4. Teoria della relatività generale (1913–1915)

Nei primi 15 anni del XX secolo, questo quadro concettuale cambia, e lo studio delle proprietà geometriche dello spazio diviene esattamente analogo a quello delle proprietà fisiche della materia.

Lo sviluppo avviene in quattro fasi:

1. Crisi del 1900
2. Teoria della relatività ristretta (1905)
3. Spaziotempo di Minkowski (1908)
4. Teoria della relatività generale (1913–1915)

# La fisica nella seconda metà del XIX secolo

**Meccanica newtoniana:** Una teoria superba, apparentemente definitiva. Confermata con grande precisione su ogni scala.

**Termodinamica:** Relativamente recente, ma con basi solide ed eccellenti verifiche sperimentali.

**Elettromagnetismo (ottica):** Recentissima (Maxwell), ma assai ricca e promettente.

- Il sogno dei fisici era di poter ridurre questi tre campi d'indagine a un'unica matrice comune.
- Visti il successo e la grande semplicità della meccanica newtoniana, la speranza era di poter costruire modelli meccanici di termodinamica ed elettromagnetismo.

# La fisica nella seconda metà del XIX secolo

**Meccanica newtoniana:** Una teoria superba, apparentemente definitiva. Confermata con grande precisione su ogni scala.

**Termodinamica:** Relativamente recente, ma con basi solide ed eccellenti verifiche sperimentali.

**Elettromagnetismo (ottica):** Recentissima (Maxwell), ma assai ricca e promettente.

- Il sogno dei fisici era di poter ridurre questi tre campi d'indagine a un'unica matrice comune.
- Visti il successo e la grande semplicità della meccanica newtoniana, la speranza era di poter costruire modelli meccanici di termodinamica ed elettromagnetismo.

# La fisica nella seconda metà del XIX secolo

- Meccanica newtoniana:** Una teoria superba, apparentemente definitiva. Confermata con grande precisione su ogni scala.
- Termodinamica:** Relativamente recente, ma con basi solide ed eccellenti verifiche sperimentali.
- Elettromagnetismo (ottica):** Recentissima (Maxwell), ma assai ricca e promettente.
- Il sogno dei fisici era di poter ridurre questi tre campi d'indagine a un'unica matrice comune.
  - Visti il successo e la grande semplicità della meccanica newtoniana, la speranza era di poter costruire modelli meccanici di termodinamica ed elettromagnetismo.

# La fisica nella seconda metà del XIX secolo

- Meccanica newtoniana:** Una teoria superba, apparentemente definitiva. Confermata con grande precisione su ogni scala.
- Termodinamica:** Relativamente recente, ma con basi solide ed eccellenti verifiche sperimentali.
- Elettromagnetismo (ottica):** Recentissima (Maxwell), ma assai ricca e promettente.
- Il sogno dei fisici era di poter ridurre questi tre campi d'indagine a un'unica matrice comune.
  - Visti il successo e la grande semplicità della meccanica newtoniana, la speranza era di poter costruire modelli meccanici di termodinamica ed elettromagnetismo.

# La fisica nella seconda metà del XIX secolo

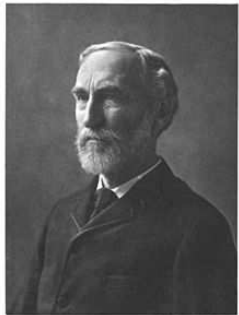
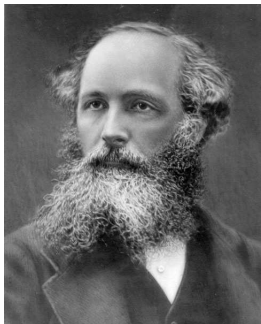
- Meccanica newtoniana:** Una teoria superba, apparentemente definitiva. Confermata con grande precisione su ogni scala.
- Termodinamica:** Relativamente recente, ma con basi solide ed eccellenti verifiche sperimentali.
- Elettromagnetismo (ottica):** Recentissima (Maxwell), ma assai ricca e promettente.
- Il sogno dei fisici era di poter ridurre questi tre campi d'indagine a un'unica matrice comune.
  - Visti il successo e la grande semplicità della meccanica newtoniana, la speranza era di poter costruire modelli meccanici di termodinamica ed elettromagnetismo.

# La fisica nella seconda metà del XIX secolo

- Meccanica newtoniana:** Una teoria superba, apparentemente definitiva. Confermata con grande precisione su ogni scala.
- Termodinamica:** Relativamente recente, ma con basi solide ed eccellenti verifiche sperimentali.
- Elettromagnetismo (ottica):** Recentissima (Maxwell), ma assai ricca e promettente.
- Il sogno dei fisici era di poter ridurre questi tre campi d'indagine a un'unica matrice comune.
  - Visti il successo e la grande semplicità della meccanica newtoniana, la speranza era di poter costruire modelli meccanici di termodinamica ed elettromagnetismo.



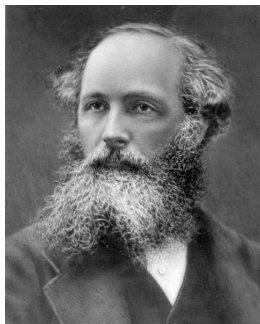
Un modello meccanico della termodinamica è possibile!



*J. Willard Gibbs*

# Modello meccanico dell'elettromagnetismo

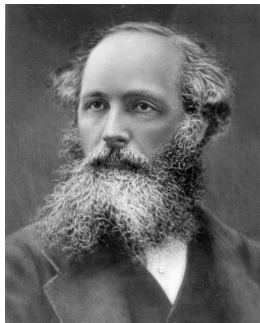
Esiste una sostanza, detta **etere**, che permea l'intero universo.



- Stati di tensione dell'etere: campi elettromagnetici.
- Singolarità nell'etere: cariche elettriche.
- Vibrazioni dell'etere: radiazione elettromagnetica (→ luce).

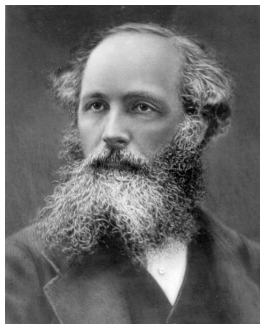
# Modello meccanico dell'elettromagnetismo

Esiste una sostanza, detta **etere**, che permea l'intero universo.



- Stati di tensione dell'etere: campi elettromagnetici.
- Singolarità nell'etere: cariche elettriche.
- Vibrazioni dell'etere: radiazione elettromagnetica (→ luce).

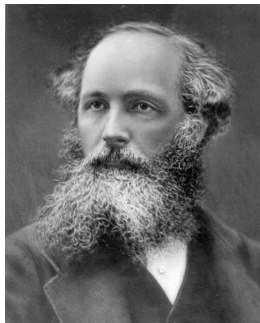
Esiste una sostanza, detta **etere**, che permea l'intero universo.



- Stati di tensione dell'etere: campi elettromagnetici.
- Singularità nell'etere: cariche elettriche.
- Vibrazioni dell'etere: radiazione elettromagnetica (→ luce).

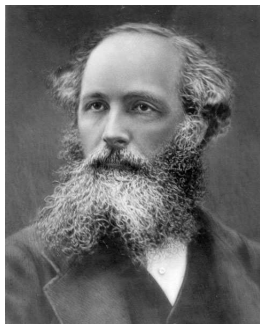
# Modello meccanico dell'elettromagnetismo

Esiste una sostanza, detta **etere**, che permea l'intero universo.



- Stati di tensione dell'etere: campi elettromagnetici.
- Singolarità nell'etere: cariche elettriche.
- Vibrazioni dell'etere: radiazione elettromagnetica (→ luce).

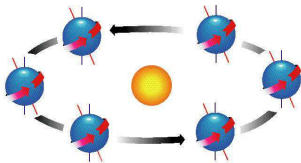
Esiste una sostanza, detta **etere**, che permea l'intero universo.



- Stati di tensione dell'etere: campi elettromagnetici.
- Singolarità nell'etere: cariche elettriche.
- Vibrazioni dell'etere: radiazione elettromagnetica (→ luce).

## Qual è la velocità della Terra rispetto all'etere?

Sicuramente, la Terra è quasi sempre in moto rispetto all'etere!



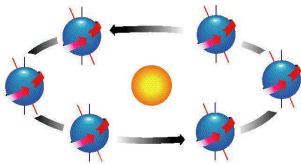
Come misurarne la velocità?

- Sia  $c$  la velocità della luce rispetto all'etere.
- Se la Terra si muove rispetto all'etere, la velocità della luce rispetto alla Terra è diversa da  $c$ , e dipende dalla direzione in cui la luce si propaga.

⇒ È sufficiente misurare la velocità della luce rispetto alla Terra, lungo diverse direzioni.

Qual è la velocità della Terra rispetto all'etere?

Sicuramente, la Terra è quasi sempre in moto rispetto all'etere!



Come misurarne la velocità?

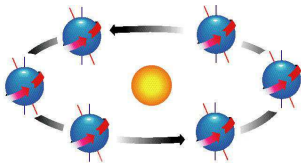
- Sia  $c$  la velocità della luce rispetto all'etere.
- Se la Terra si muove rispetto all'etere, la velocità della luce rispetto alla Terra è diversa da  $c$ , e dipende dalla direzione in cui la luce si propaga.

⇒ È sufficiente misurare la velocità della luce rispetto alla Terra, lungo diverse direzioni.



Qual è la velocità della Terra rispetto all'etere?

Sicuramente, la Terra è quasi sempre in moto rispetto all'etere!



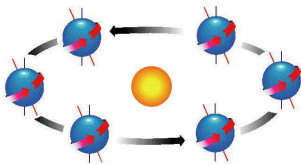
Come misurarne la velocità?

- Sia  $c$  la velocità della luce rispetto all'etere.
- Se la Terra si muove rispetto all'etere, la velocità della luce rispetto alla Terra è diversa da  $c$ , e dipende dalla direzione in cui la luce si propaga.

⇒ È sufficiente misurare la velocità della luce rispetto alla Terra, lungo diverse direzioni.

Qual è la velocità della Terra rispetto all'etere?

Sicuramente, la Terra è quasi sempre in moto rispetto all'etere!



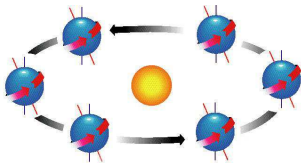
Come misurarne la velocità?

- Sia  $c$  la velocità della luce rispetto all'etere.
- Se la Terra si muove rispetto all'etere, la velocità della luce rispetto alla Terra è diversa da  $c$ , e dipende dalla direzione in cui la luce si propaga.

⇒ È sufficiente misurare la velocità della luce rispetto alla Terra, lungo diverse direzioni.

Qual è la velocità della Terra rispetto all'etere?

Sicuramente, la Terra è quasi sempre in moto rispetto all'etere!



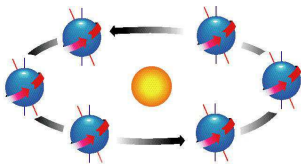
Come misurarne la velocità?

- Sia  $c$  la velocità della luce rispetto all'etere.
- Se la Terra si muove rispetto all'etere, la velocità della luce rispetto alla Terra è diversa da  $c$ , e dipende dalla direzione in cui la luce si propaga.

⇒ È sufficiente misurare la velocità della luce rispetto alla Terra, lungo diverse direzioni.

Qual è la velocità della Terra rispetto all'etere?

Sicuramente, la Terra è quasi sempre in moto rispetto all'etere!



Come misurarne la velocità?

- Sia  $c$  la velocità della luce rispetto all'etere.
- Se la Terra si muove rispetto all'etere, la velocità della luce rispetto alla Terra è diversa da  $c$ , e dipende dalla direzione in cui la luce si propaga.

⇒ È sufficiente misurare la velocità della luce rispetto alla Terra, lungo diverse direzioni.

## Risultato (Michelson & Morley, 1887)



La velocità della luce rispetto alla Terra è  $3 \times 10^8$  m/sec **lungo ogni direzione e in ogni periodo dell'anno.**

La Terra è in quiete rispetto all'etere.

Possibile?!

Cerchiamo altre spiegazioni, meno inverosimili...

La Terra è in quiete rispetto all'etere.

**Possibile?!**

Cerchiamo altre spiegazioni, meno inverosimili...

La Terra è in quiete rispetto all'etere.

**Possibile?!**

Cerchiamo altre spiegazioni, meno inverosimili...



## L'idea vincente: Relatività (1905)



Ridefiniamo i nostri procedimenti per misurare tempi e distanze in modo tale che la velocità della luce nel vuoto abbia sempre lo stesso valore (in ogni sistema inerziale).

“L'introduzione di un “etere luminifero” si rivelerà superflua”.

## L'idea vincente: Relatività (1905)

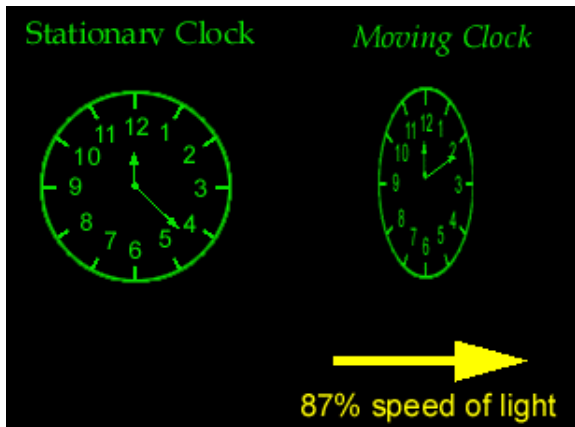


Ridefiniamo i nostri procedimenti per misurare tempi e distanze in modo tale che la velocità della luce nel vuoto abbia sempre lo stesso valore (in ogni sistema inerziale).

“L'introduzione di un “etere luminifero” si rivelerà superflua”.

# Una risoluzione dalle conseguenze devastanti...

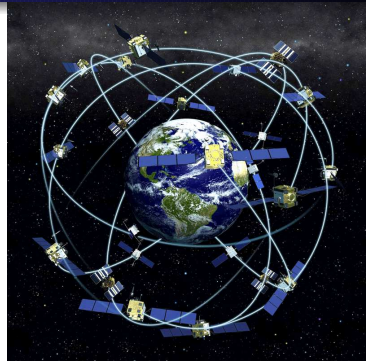
- Dilatazione dei tempi.
- Contrazione delle lunghezze.
- Relatività della simultaneità.
- .....



Più in generale:

Osservatori in moto relativo non concordano sui risultati di misure di tempo e distanza.

# Fantascienza? No, vita quotidiana!

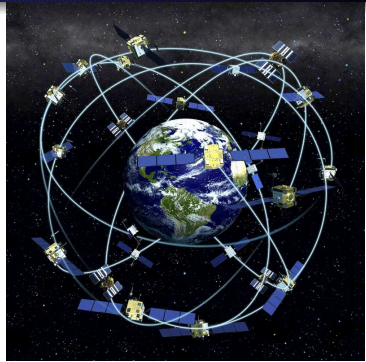


I satelliti viaggiano a una velocità di 14 000 Km/h; questo genera una differenza di  $-7.2 \mu\text{sec}/\text{giorno}$  rispetto a terra (oltre a  $+45.9 \mu\text{sec}/\text{giorno}$  per effetto della gravitazione).

Bisogna tenerne conto, se si vuole conoscere la propria posizione con una precisione ragionevole!

Neil Ashby, "Relativity and the global positioning system", *Physics Today*, May 2002

# Fantascienza? No, vita quotidiana!

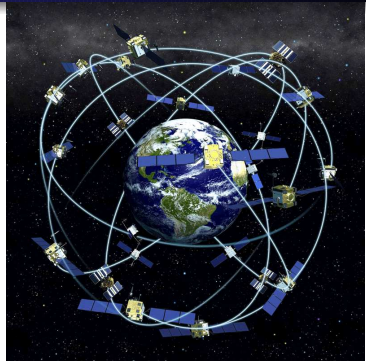


I satelliti viaggiano a una velocità di 14 000 Km/h; questo genera una differenza di  $-7.2 \mu\text{sec}/\text{giorno}$  rispetto a terra (oltre a  $+45.9 \mu\text{sec}/\text{giorno}$  per effetto della gravitazione).

Bisogna tenerne conto, se si vuole conoscere la propria posizione con una precisione ragionevole!

Neil Ashby, "Relativity and the global positioning system", *Physics Today*, May 2002

# Fantascienza? No, vita quotidiana!

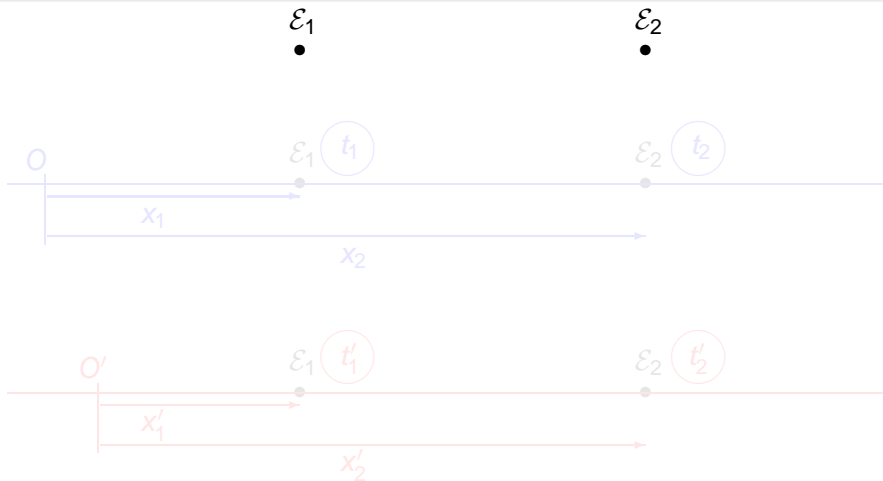


I satelliti viaggiano a una velocità di 14 000 Km/h; questo genera una differenza di  $-7.2 \mu\text{sec/giorno}$  rispetto a terra (oltre a  $+45.9 \mu\text{sec/giorno}$  per effetto della gravitazione).

**Bisogna tenerne conto, se si vuole conoscere la propria posizione con una precisione ragionevole!**

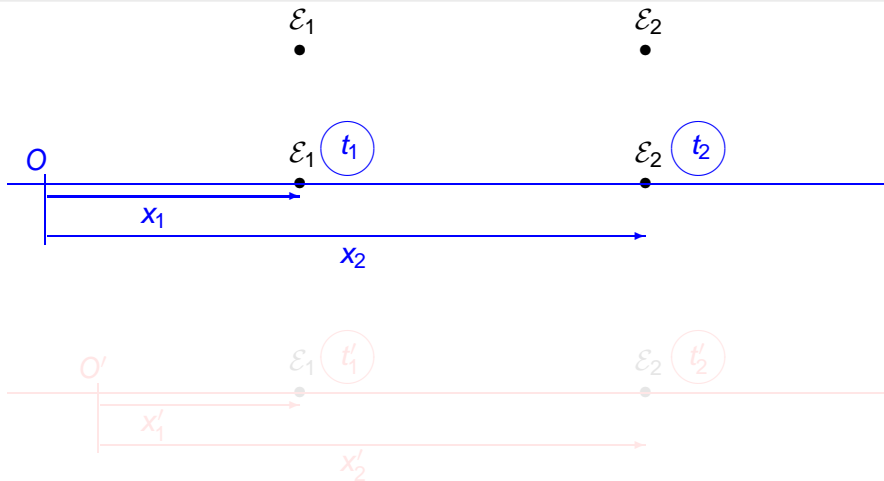
Neil Ashby, "Relativity and the global positioning system", *Physics Today*, May 2002

# Più formalmente



I due eventi sono individuati dalle coordinate spaziotemporali  $(x_1, t_1)$  e  $(x_2, t_2)$ , oppure  $(x'_1, t'_1)$  e  $(x'_2, t'_2)$ , a seconda del sistema di riferimento (arbitrario) utilizzato.

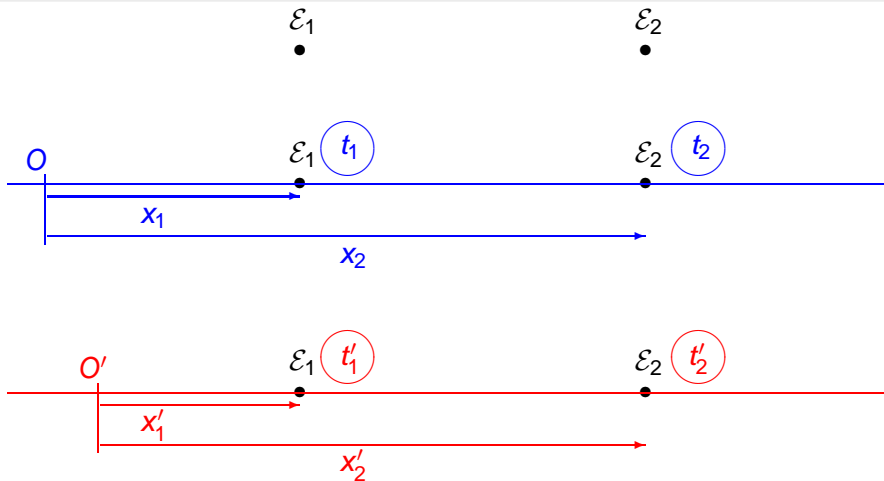
# Più formalmente



I due eventi sono individuati dalle coordinate spaziotemporali  $(x_1, t_1)$  e  $(x_2, t_2)$ , oppure  $(x'_1, t'_1)$  e  $(x'_2, t'_2)$ , a seconda del sistema di riferimento (arbitrario) utilizzato.



# Più formalmente



I due eventi sono individuati dalle coordinate spaziotemporali  $(x_1, t_1)$  e  $(x_2, t_2)$ , oppure  $(x'_1, t'_1)$  e  $(x'_2, t'_2)$ , a seconda del sistema di riferimento (arbitrario) utilizzato.

Se i due sistemi di riferimento sono in moto relativo, si ha

$$x'_2 - x'_1 \neq x_2 - x_1$$

$$t'_2 - t'_1 \neq t_2 - t_1$$

Inoltre,  $t'_2 \neq t'_1$  anche se  $t_2 = t_1$  (relatività della simultaneità).

Tuttavia,

$$(x'_2 - x'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$$

Cosa significa / implica?

Se i due sistemi di riferimento sono in moto relativo, si ha

$$x'_2 - x'_1 \neq x_2 - x_1$$

$$t'_2 - t'_1 \neq t_2 - t_1$$

Inoltre,  $t'_2 \neq t'_1$  anche se  $t_2 = t_1$  (relatività della simultaneità).

Tuttavia,

$$(x'_2 - x'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$$

Cosa significa / implica?

Se i due sistemi di riferimento sono in moto relativo, si ha

$$x'_2 - x'_1 \neq x_2 - x_1$$

$$t'_2 - t'_1 \neq t_2 - t_1$$

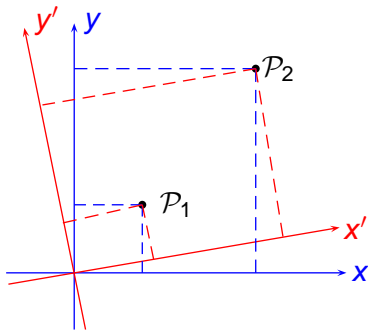
Inoltre,  $t'_2 \neq t'_1$  anche se  $t_2 = t_1$  (relatività della simultaneità).

Tuttavia,

$$(x'_2 - x'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$$

Cosa significa / implica?

# Analoga: rotazioni in due dimensioni



$$x'_2 - x'_1 \neq x_2 - x_1$$

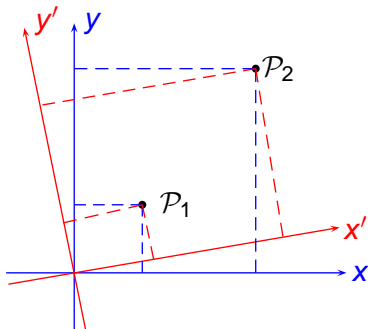
$$y'_2 - y'_1 \neq y_2 - y_1$$

Non esistono una “distanza  $x$ ”  
e una “distanza  $y$ ” fra  $P_1$  e  $P_2$ ,  
indipendenti dal sistema  
di coordinate adottato. Ma...

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$\Rightarrow$  Esiste una “distanza fra  $P_1$  e  $P_2$ ”.

# Analoga: rotazioni in due dimensioni



$$x'_2 - x'_1 \neq x_2 - x_1$$

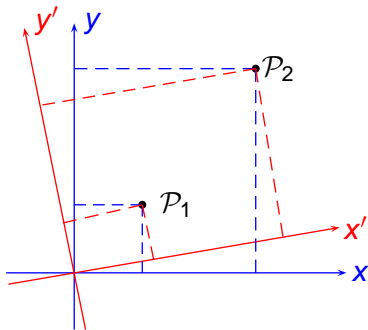
$$y'_2 - y'_1 \neq y_2 - y_1$$

Non esistono una “distanza  $x$ ”  
e una “distanza  $y$ ” fra  $P_1$  e  $P_2$ ,  
indipendenti dal sistema  
di coordinate adottato. Ma...

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$\Rightarrow$  Esiste una “distanza fra  $P_1$  e  $P_2$ ”.

# Analoga: rotazioni in due dimensioni



$$x'_2 - x'_1 \neq x_2 - x_1$$

$$y'_2 - y'_1 \neq y_2 - y_1$$

Non esistono una “distanza  $x$ ”  
e una “distanza  $y$ ” fra  $P_1$  e  $P_2$ ,  
indipendenti dal sistema  
di coordinate adottato. Ma...

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

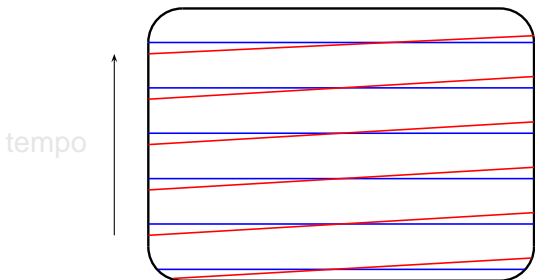
$\Rightarrow$  Esiste una “distanza fra  $P_1$  e  $P_2$ ”.

# Estrapoliamo...

Dati due eventi  $\mathcal{E}_1$  e  $\mathcal{E}_2$ :

- **non esistono** una “distanza spaziale” e un “tempo intercorso” fra  $\mathcal{E}_1$  e  $\mathcal{E}_2$ , indipendenti dal sistema di riferimento adottato;
- ma **esiste un “intervallo spaziotemporale fra  $\mathcal{E}_1$  e  $\mathcal{E}_2$ ”**.

È possibile pensare allo spazio in un determinato sistema di riferimento come a una sezione tridimensionale di uno **spaziotempo** assoluto quadridimensionale.



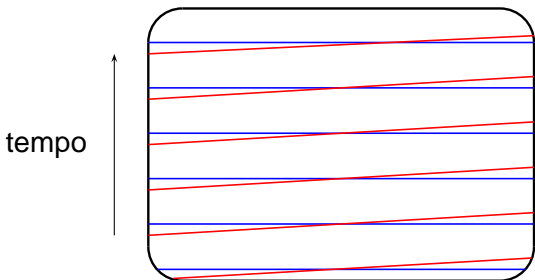


# Estrapoliamo...

Dati due eventi  $\mathcal{E}_1$  e  $\mathcal{E}_2$ :

- **non esistono** una “distanza spaziale” e un “tempo intercorso” fra  $\mathcal{E}_1$  e  $\mathcal{E}_2$ , indipendenti dal sistema di riferimento adottato;
- ma **esiste un “intervallo spaziotemporale fra  $\mathcal{E}_1$  e  $\mathcal{E}_2$ ”**.

È possibile pensare allo spazio in un determinato sistema di riferimento come a una sezione tridimensionale di uno **spaziotempo** assoluto quadridimensionale.



# Spaziotempo, non spazio e tempo

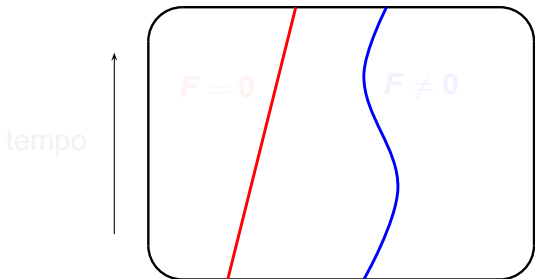
*“Lo spazio di per sé, e il tempo di per sé, sono condannati a svanire come ombre, e solo una sorta di unione dei due preserverà una realtà indipendente.”*

Hermann Minkowski, 1908



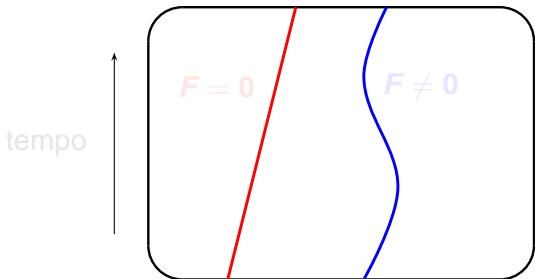
## Alcune proprietà dello spaziotempo di Minkowski:

- è **assoluto**, cioè indipendente dal suo contenuto materiale;
- lo spazio in ogni sistema di riferimento inerziale è **euclideo**;
- la prima legge di Newton si può riformulare dicendo che **una particella su cui non agiscono forze è descritta da una retta nello spaziotempo.**



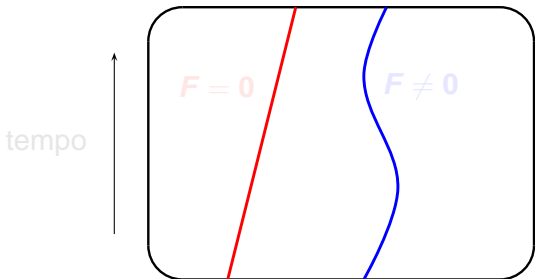
Alcune proprietà dello spaziotempo di Minkowski:

- è **assoluto**, cioè indipendente dal suo contenuto materiale;
- lo spazio in ogni sistema di riferimento inerziale è **euclideo**;
- la prima legge di Newton si può riformulare dicendo che **una particella su cui non agiscono forze è descritta da una retta nello spaziotempo.**



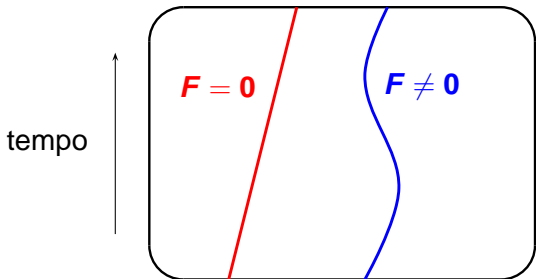
Alcune proprietà dello spaziotempo di Minkowski:

- è **assoluto**, cioè indipendente dal suo contenuto materiale;
- lo spazio in ogni sistema di riferimento inerziale è **euclideo**;
- la prima legge di Newton si può riformulare dicendo che una particella su cui non agiscono forze è descritta da una retta nello spaziotempo.



Alcune proprietà dello spaziotempo di Minkowski:

- è **assoluto**, cioè indipendente dal suo contenuto materiale;
- lo spazio in ogni sistema di riferimento inerziale è **euclideo**;
- la prima legge di Newton si può riformulare dicendo che **una particella su cui non agiscono forze è descritta da una retta nello spaziotempo**.



Questa **geometrizzazione** della prima legge della dinamica è possibile perché il comportamento di una particella non soggetta a forze è **universale** e può quindi essere attribuito alla geometria dello spaziotempo.

Ma le particelle non soggette a forze non sono le sole a manifestare un comportamento universale:

$$F_g(\mathbf{x}, t) = m\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$$

$$m\mathbf{a}(t) = F_g(\mathbf{x}(t), t)$$



$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), t)$$



Il moto delle particelle in un campo gravitazionale non dipende dalla loro massa o costituzione interna (principio di equivalenza debole).



Questa **geometrizzazione** della prima legge della dinamica è possibile perché il comportamento di una particella non soggetta a forze è **universale** e può quindi essere attribuito alla geometria dello spaziotempo.

Ma le particelle non soggette a forze non sono le sole a manifestare un comportamento universale:

$$\mathbf{F}_g(\mathbf{x}, t) = m \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$$

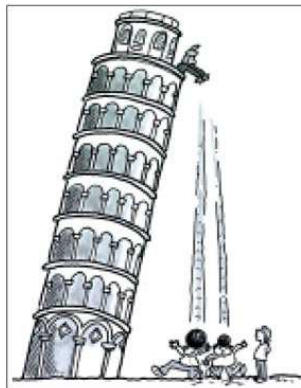
$$m \mathbf{a}(t) = \mathbf{F}_g(\mathbf{x}(t), t)$$



$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), t)$$



Il moto delle particelle in un campo gravitazionale non dipende dalla loro massa o costituzione interna (principio di equivalenza debole).





- La gravitazione può essere attribuita alle proprietà dello spaziotempo, modificando il modello di Minkowski!
- Se le particelle in caduta libera devono essere descritte come “rette” nello spaziotempo, questo **non può possedere una geometria (pseudo)euclidea**.
- Poiché il comportamento delle particelle in presenza di gravitazione è influenzato dalle masse circostanti, **la geometria dello spaziotempo deve dipendere dal contenuto materiale**.

Non vi è più un “palcoscenico” assegnato a priori, indipendente da ciò che fanno gli “attori”.

- La gravitazione può essere attribuita alle proprietà dello spaziotempo, modificando il modello di Minkowski!
- Se le particelle in caduta libera devono essere descritte come “rette” nello spaziotempo, questo **non può possedere una geometria (pseudo)euclidea**.
- Poiché il comportamento delle particelle in presenza di gravitazione è influenzato dalle masse circostanti, **la geometria dello spaziotempo deve dipendere dal contenuto materiale**.

Non vi è più un “palcoscenico” assegnato a priori, indipendente da ciò che fanno gli “attori”.

- La gravitazione può essere attribuita alle proprietà dello spaziotempo, modificando il modello di Minkowski!
- Se le particelle in caduta libera devono essere descritte come “rette” nello spaziotempo, questo **non può possedere una geometria (pseudo)euclidea**.
- Poiché il comportamento delle particelle in presenza di gravitazione è influenzato dalle masse circostanti, **la geometria dello spaziotempo deve dipendere dal contenuto materiale**.

Non vi è più un “palcoscenico” assegnato a priori, indipendente da ciò che fanno gli “attori”.

- La gravitazione può essere attribuita alle proprietà dello spaziotempo, modificando il modello di Minkowski!
- Se le particelle in caduta libera devono essere descritte come “rette” nello spaziotempo, questo **non può possedere una geometria (pseudo)euclidea**.
- Poiché il comportamento delle particelle in presenza di gravitazione è influenzato dalle masse circostanti, **la geometria dello spaziotempo deve dipendere dal contenuto materiale**.

Non vi è più un “palcoscenico” assegnato a priori, indipendente da ciò che fanno gli “attori”.

# Relatività generale [Einstein, 1915]

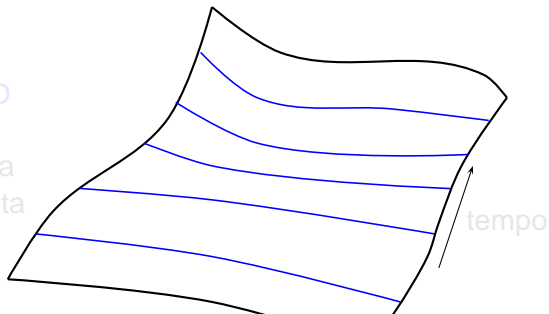
Lo spaziotempo è descritto da una varietà quadridimensionale, la cui geometria soddisfa l'equazione di Einstein

$$G_{ab} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ab}$$

(geometria = costante × materia)

Particelle in caduta libera corrispondono a geodetiche ("rette") dello spaziotempo.

Lo spazio (sezione 3D dello spaziotempo) possiede una geometria non euclidea, influenzata dalla presenza di materia.



# Relatività generale [Einstein, 1915]

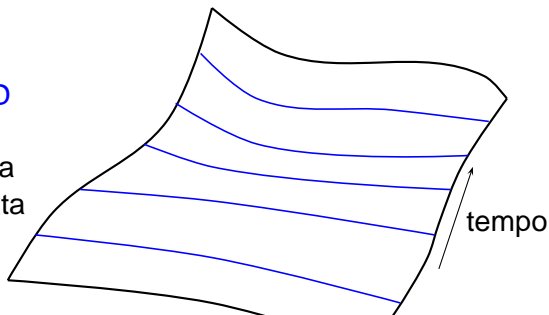
Lo spaziotempo è descritto da una varietà quadridimensionale, la cui geometria soddisfa l'equazione di Einstein

$$G_{ab} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ab}$$

(geometria = costante × materia)

Particelle in caduta libera corrispondono a geodetiche (“rette”) dello spaziotempo.

Lo spazio (sezione 3D dello spaziotempo) possiede una geometria non euclidea, influenzata dalla presenza di materia.



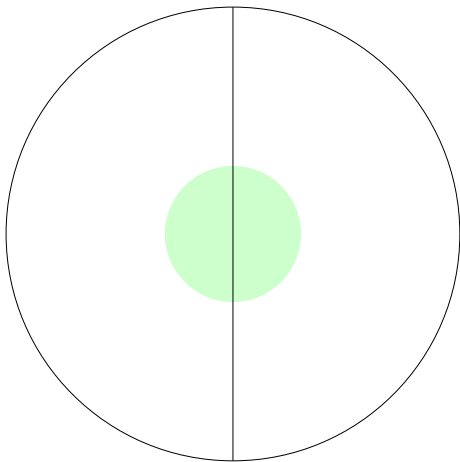
# Geometria o fisica? Due filosofie a confronto

Le caratteristiche universali dei fenomeni naturali vanno attribuite alla geometria  $\Rightarrow$  **esiste una "geometria del mondo fisico"**.  
[Hans Reichenbach]



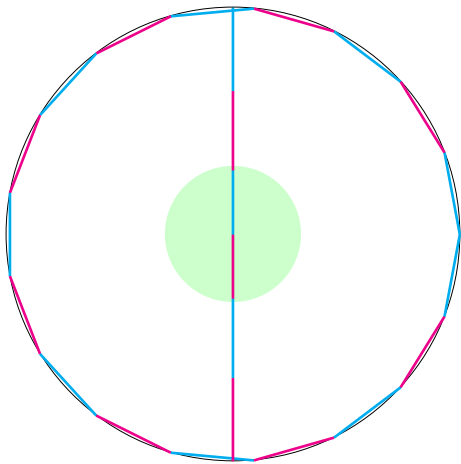
Se un fenomeno universale sia dovuto alla fisica o alla geometria, è solo una questione di convenzione  $\Rightarrow$  **non esiste una vera "geometria del mondo fisico"**.  
[Henri Poincaré]



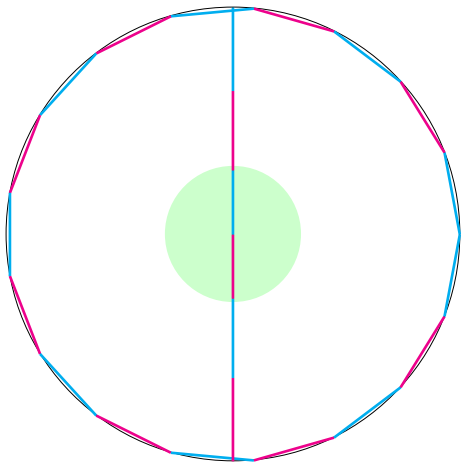


$$\frac{\text{Circonferenza}}{\text{Diametro}} \approx \frac{17}{6} \approx 2.8 < \pi$$





$$\frac{\text{Circonfenza}}{\text{Diametro}} \approx \frac{17}{6} \approx 2.8 < \pi$$



$$\frac{\text{Circonfenza}}{\text{Diametro}} \approx \frac{17}{6} \approx 2.8 < \pi$$

Supponiamo che **tutti i regoli, indipendentemente dalla loro composizione**, si contraggano allo stesso modo...

**Reichenbach:** La geometria del piano è non euclidea.

**Poincaré:** Possiamo scegliere la geometria che preferiamo (p.es. euclidea), e attribuire il comportamento dei regoli all'effetto di un campo fisico.

### Chi ha ragione?

- Da un punto di vista strettamente **logico**, la proposta di Poincaré è perfettamente legittima, ma la geometria che viene introdotta **non è rivelabile empiricamente** — è una “geometria metafisica”!
- La proposta di Reichenbach è minimale: equivale a **definire** come “geometria” tutta la “fisica” che ha carattere universale. **Non introduce entità empiricamente inaccessibili.**

Supponiamo che **tutti i regoli, indipendentemente dalla loro composizione**, si contraggano allo stesso modo...

**Reichenbach:** La geometria del piano è non euclidea.

**Poincaré:** Possiamo scegliere la geometria che preferiamo (p.es. euclidea), e attribuire il comportamento dei regoli all'effetto di un campo fisico.

### Chi ha ragione?

- Da un punto di vista strettamente **logico**, la proposta di Poincaré è perfettamente legittima, ma la geometria che viene introdotta **non è rivelabile empiricamente** — è una “geometria metafisica”!
- La proposta di Reichenbach è minimale: equivale a **definire** come “geometria” tutta la “fisica” che ha carattere universale. **Non introduce entità empiricamente inaccessibili.**

Supponiamo che **tutti i regoli, indipendentemente dalla loro composizione**, si contraggano allo stesso modo...

**Reichenbach:** La geometria del piano è non euclidea.

**Poincaré:** Possiamo scegliere la geometria che preferiamo (p.es. euclidea), e attribuire il comportamento dei regoli all'effetto di un campo fisico.

### Chi ha ragione?

- Da un punto di vista strettamente **logico**, la proposta di Poincaré è perfettamente legittima, ma la geometria che viene introdotta **non è rivelabile empiricamente** — è una “geometria metafisica”!
- La proposta di Reichenbach è minimale: equivale a **definire** come “geometria” tutta la “fisica” che ha carattere universale. **Non introduce entità empiricamente inaccessibili.**

Supponiamo che **tutti i regoli, indipendentemente dalla loro composizione**, si contraggano allo stesso modo...

**Reichenbach:** La geometria del piano è non euclidea.

**Poincaré:** Possiamo scegliere la geometria che preferiamo (p.es. euclidea), e attribuire il comportamento dei regoli all'effetto di un campo fisico.

### Chi ha ragione?

- Da un punto di vista strettamente **logico**, la proposta di Poincaré è perfettamente legittima, ma la geometria che viene introdotta **non è rivelabile empiricamente** — è una “geometria metafisica”!
- La proposta di Reichenbach è minimale: equivale a **definire** come “geometria” tutta la “fisica” che ha carattere universale. **Non introduce entità empiricamente inaccessibili.**

Supponiamo che **tutti i regoli, indipendentemente dalla loro composizione**, si contraggano allo stesso modo...

**Reichenbach:** La geometria del piano è non euclidea.

**Poincaré:** Possiamo scegliere la geometria che preferiamo (p.es. euclidea), e attribuire il comportamento dei regoli all'effetto di un campo fisico.

### Chi ha ragione?

- Da un punto di vista strettamente **logico**, la proposta di Poincaré è perfettamente legittima, ma la geometria che viene introdotta **non è rivelabile empiricamente** — è una “geometria metafisica”!
- La proposta di Reichenbach è minimale: equivale a **definire** come “geometria” tutta la “fisica” che ha carattere universale. **Non introduce entità empiricamente inaccessibili.**

Supponiamo che **tutti i regoli, indipendentemente dalla loro composizione**, si contraggano allo stesso modo...

**Reichenbach:** La geometria del piano è non euclidea.

**Poincaré:** Possiamo scegliere la geometria che preferiamo (p.es. euclidea), e attribuire il comportamento dei regoli all'effetto di un campo fisico.

### Chi ha ragione?

- Da un punto di vista strettamente **logico**, la proposta di Poincaré è perfettamente legittima, ma la geometria che viene introdotta **non è rivelabile empiricamente** — è una “geometria metafisica”!
- La proposta di Reichenbach è minimale: equivale a **definire** come “geometria” tutta la “fisica” che ha carattere universale. **Non introduce entità empiricamente inaccessibili.**



# Modello standard dello spaziotempo

- 4 dimensioni (3+1);
- geometria (pseudo)riemanniana;
- la curvatura si manifesta come gravitazione;
- la geometria non è assegnata a priori, ma dipende dal contesto fisico.

---

Un precursore (1870):

“*Sostengo:*

- 1. Che piccole porzioni di spazio sono di fatto analoghe a collinette su una superficie [...]*
- 2. Che questa curvatura o distorsione passa continuamente da una porzione di spazio all'altra come un'onda.*
- 3. Che questa variazione di curvatura dello spazio è ciò che realmente accade nel fenomeno che chiamiamo moto della materia [...]*”



W. K. Clifford

Una visione grandiosa, ma **come verificarne la validità?**

# Modello standard dello spaziotempo

- 4 dimensioni (3+1);
- geometria (pseudo)riemanniana;
- la curvatura si manifesta come gravitazione;
- la geometria non è assegnata a priori, ma dipende dal contesto fisico.

---

Un precursore (1870):

*“Sostengo:*

- 1. Che piccole porzioni di spazio sono di fatto analoghe a collinette su una superficie [...]*
- 2. Che questa curvatura o distorsione passa continuamente da una porzione di spazio all'altra come un'onda.*
- 3. Che questa variazione di curvatura dello spazio è ciò che realmente accade nel fenomeno che chiamiamo moto della materia [...]*”



W. K. Clifford

Una visione grandiosa, ma *come verificarne la validità?*

# Modello standard dello spaziotempo

- 4 dimensioni (3+1);
- geometria (pseudo)riemanniana;
- la curvatura si manifesta come gravitazione;
- la geometria non è assegnata a priori, ma dipende dal contesto fisico.

---

Un precursore (1870):

“*Sostengo:*

1. *Che piccole porzioni di spazio sono di fatto analoghe a collinette su una superficie [...]*
2. *Che questa curvatura o distorsione passa continuamente da una porzione di spazio all'altra come un'onda.*
3. *Che questa variazione di curvatura dello spazio è ciò che realmente accade nel fenomeno che chiamiamo moto della materia [...]*”



W. K. Clifford

Una visione grandiosa, ma **come verificarne la validità?**

# Deflessione della luce. 1

La luce segue le geodetiche...

Normal position  
of star.



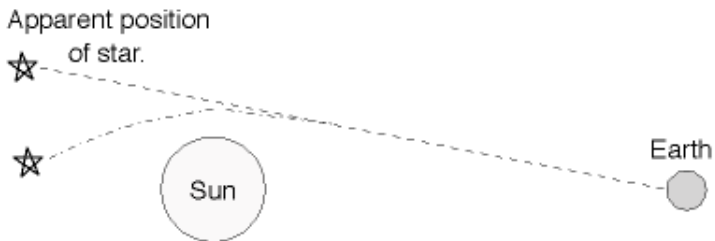
Earth

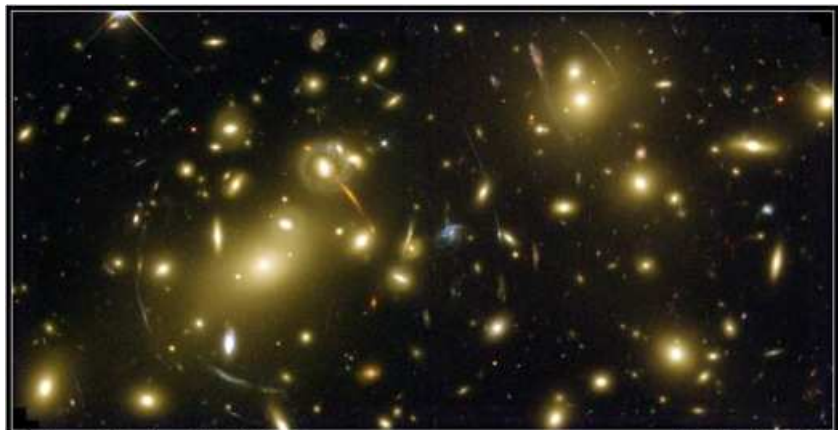


Apparent position  
of star.



Earth





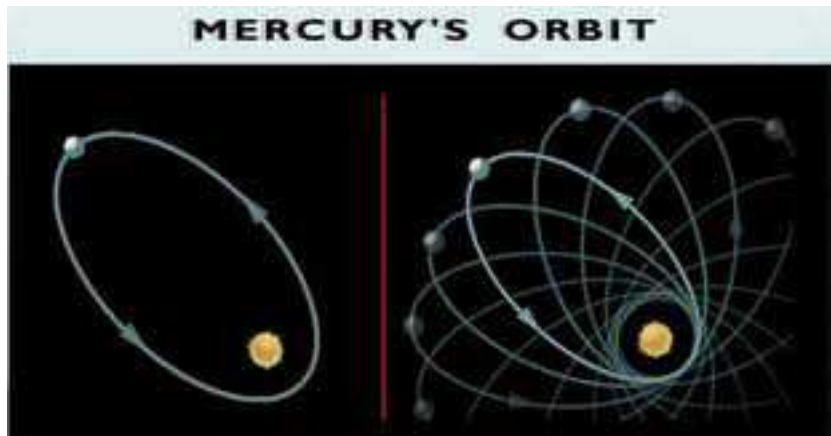
**Galaxy Cluster Abell 2218**

**HST • WFPC2**

NASA, A. Fruchter and the ERO Team (STScI, ST-ECF) • STScI-PRC00-08

# Precessione del perielio

L'orbita di un pianeta attorno al Sole è un'ellisse solo se la geometria dello spazio è euclidea...



Nel caso di Mercurio, una precessione di  $42''$  ogni secolo  
[Le Verrier, 1859].

# Shapiro time delay

Se lo spazio in presenza di materia è curvo, la luce che passa vicino a una stella percorre una strada un po' più lunga di quanto lo sarebbe se la stella non ci fosse...

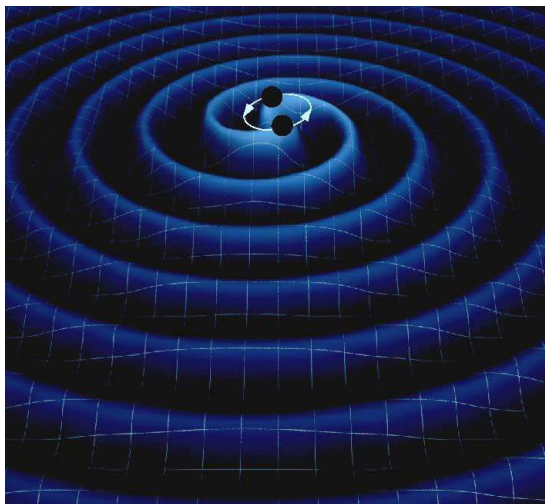
[Irwin I. Shapiro 1964]



$$\Delta t \sim 200 \mu s$$

# Onde gravitazionali. 1

Le equazioni di Einstein prevedono che la curvatura si propaghi come un'onda, alla stessa velocità della luce...





# Onde gravitazionali. 2

Rivelare queste “increspature” nella geometria si è dimostrato estremamente difficile...



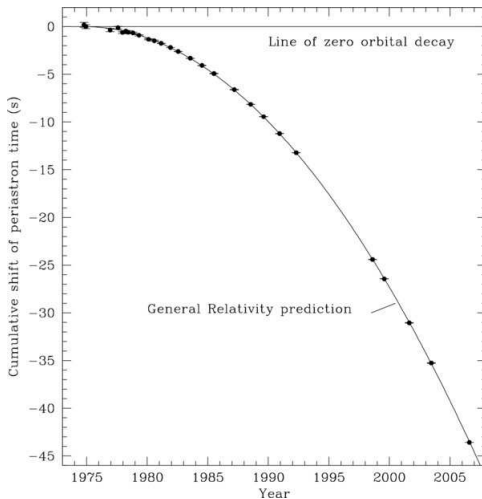
LIGO (Hanford, WA):  
 $4 \text{ km} \times 4 \text{ km}$



VIRGO (Pisa):  $3 \text{ km} \times 3 \text{ km}$

# Onde gravitazionali. 3

E tuttavia, sappiamo che esistono! (Hulse & Taylor, Nobel 1993)



(Weisberg, Nice & Taylor, 2010)

Il fatto che la geometria non sia più assegnata a priori conduce a nuove domande:

- Qual è la geometria dell'universo **su larga scala**?
- Qual è la **topologia** dello spazio?
- Quante **dimensioni** ha lo spazio?

Il fatto che la geometria non sia più assegnata a priori conduce a nuove domande:

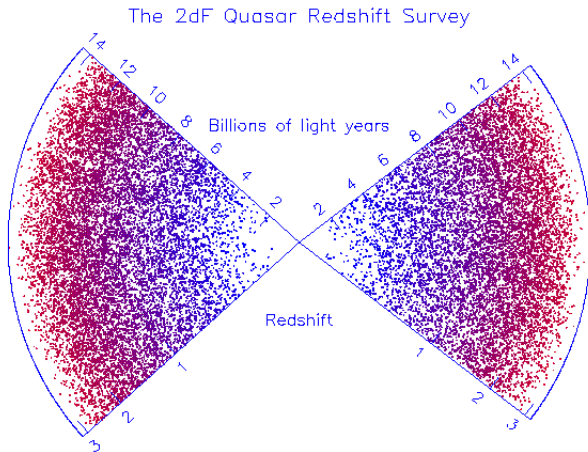
- Qual è la geometria dell'universo **su larga scala**?
- Qual è la **topologia** dello spazio?
- Quante **dimensioni** ha lo spazio?

Il fatto che la geometria non sia più assegnata a priori conduce a nuove domande:

- Qual è la geometria dell'universo **su larga scala**?
- Qual è la **topologia** dello spazio?
- Quante **dimensioni** ha lo spazio?

# Cosmologia. 1

L'equazione di Einstein permette di legare le proprietà geometriche su larga scala alla distribuzione cosmica di materia.

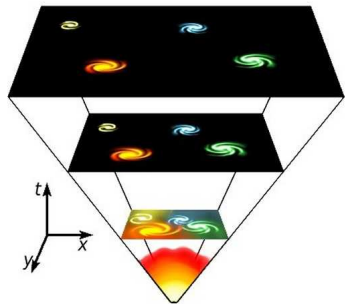
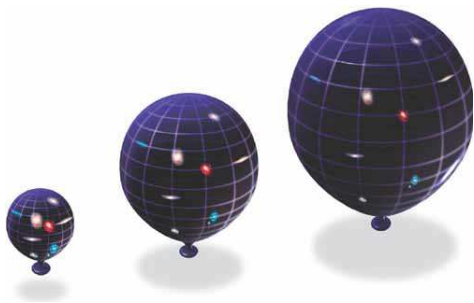


⇒ La materia è distribuita uniformemente nell'universo.

# Cosmologia. 2

⇒ La geometria su larga scala dell'universo visibile è del tipo a **curvatura uniforme**, con un fattore di scala **dipendente dal tempo**.

Non solo la geometria può non essere euclidea, ma varia anche nel tempo! (Espansione dell'universo: Hubble 1929; Friedmann 1924.)

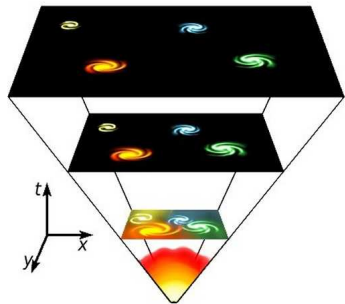
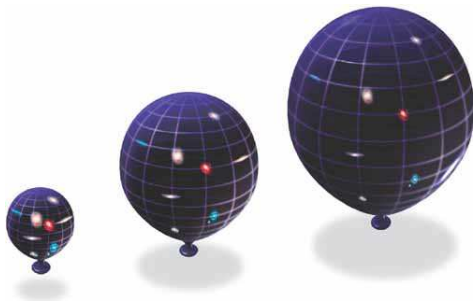


In quale caso ci troviamo?

# Cosmologia. 2

⇒ La geometria su larga scala dell'universo visibile è del tipo a **curvatura uniforme**, con un fattore di scala **dipendente dal tempo**.

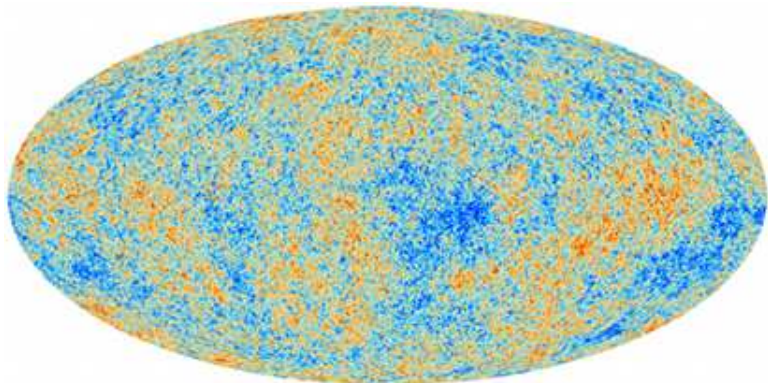
Non solo la geometria può non essere euclidea, ma varia anche nel tempo! (Espansione dell'universo: Hubble 1929; Friedmann 1924.)



In quale caso ci troviamo?



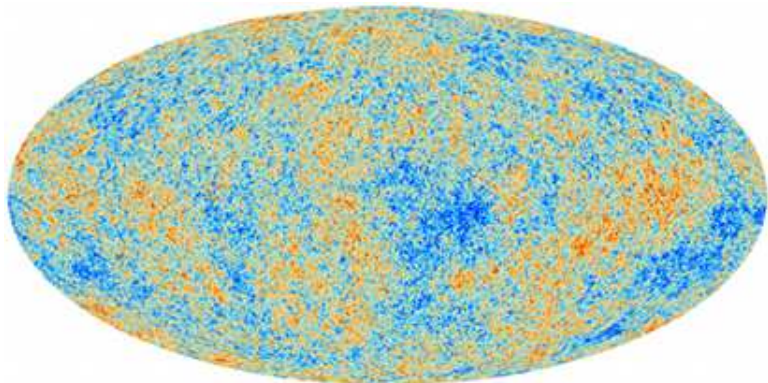
L'universo quando aveva 380 000 anni (ora ne ha 13.8 miliardi):



Satellite Planck, 20 marzo 2013

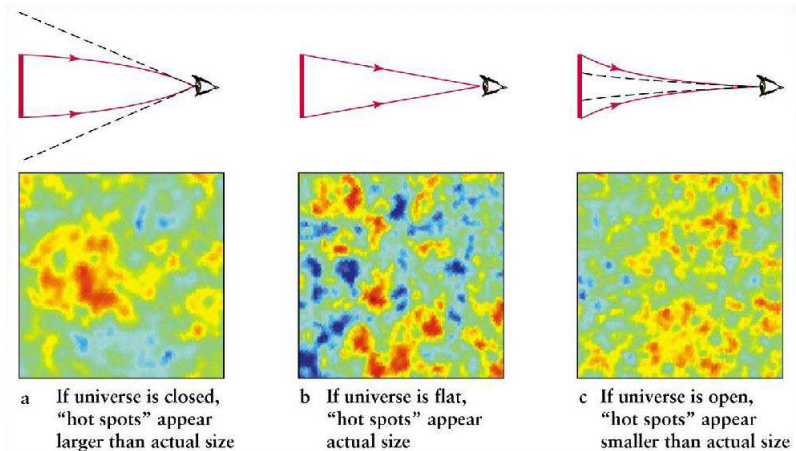
Una temperatura di  $2.72548 \pm 0.00057$  K: quasi perfettamente uniforme... Ma le piccole disomogeneità sono la chiave per misurare la curvatura dello spazio su scala cosmica!

L'universo quando aveva 380 000 anni (ora ne ha 13.8 miliardi):

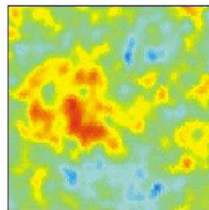
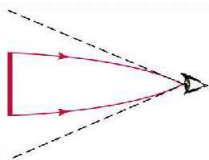


Satellite Planck, 20 marzo 2013

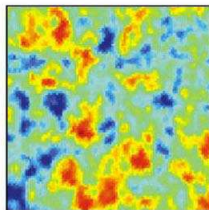
Una temperatura di  $2.72548 \pm 0.00057$  K: quasi perfettamente uniforme... **Ma le piccole disomogeneità sono la chiave per misurare la curvatura dello spazio su scala cosmica!**



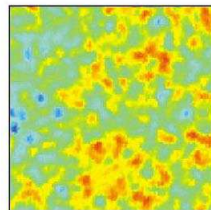
⇒ **La curvatura su scala cosmica è nulla, con ottima approssimazione.** Un risultato previsto dalla teoria dell'inflazione, secondo cui nel periodo in cui l'universo aveva fra  $10^{-36}$  e  $10^{-33}$  secondi, il suo volume crebbe di un fattore  $10^{78}$ .



a If universe is closed, "hot spots" appear larger than actual size



b If universe is flat, "hot spots" appear actual size



c If universe is open, "hot spots" appear smaller than actual size

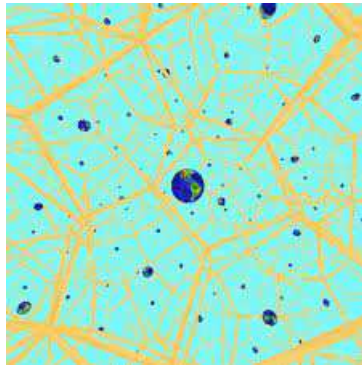
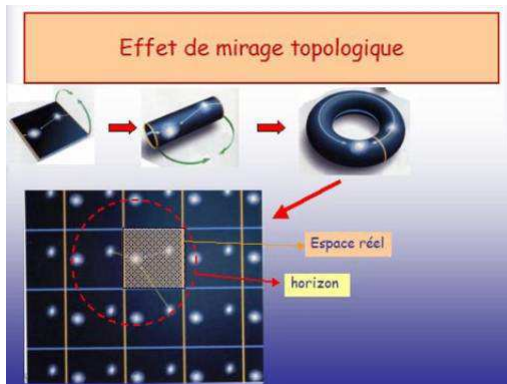
⇒ **La curvatura su scala cosmica è nulla, con ottima approssimazione.** Un risultato previsto dalla teoria dell'inflazione, secondo cui nel periodo in cui l'universo aveva fra  $10^{-36}$  e  $10^{-33}$  secondi, il suo volume crebbe di un fattore  $10^{78}$ .

# Topologia

Quanto è grande l'universo (lo spazio)?

Dipende dalla sua topologia!

- Topologia “naturale”: i confini dell'universo visibile sono a circa 46 miliardi di anni luce da noi.
- Topologie non banali [Ellis 1971, Lachièze-Ray & Luminet]:



Non bisogna dimenticare gli effetti evolutivi...

Finora, abbiamo assistito a un progressivo smantellamento delle ipotesi a priori sulle proprietà dello spazio:

- la geometria non è necessariamente euclidea;
- la geometria dipende dal contenuto materiale;
- la topologia non è necessariamente quella naturale.

Rimane da discutere la dimensionalità: lo spazio(tempo) ha davvero  $3(+1)$  dimensioni?

Finora, abbiamo assistito a un progressivo smantellamento delle ipotesi a priori sulle proprietà dello spazio:

- la geometria non è necessariamente euclidea;
- la geometria dipende dal contenuto materiale;
- la topologia non è necessariamente quella naturale.

Rimane da discutere la dimensionalità: **lo spazio(tempo) ha davvero  $3(+1)$  dimensioni?**

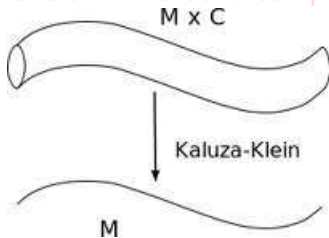
# Teorie multidimensionali: Kaluza-Klein

Idea base: Geometrizzare anche le interazioni non gravitazionali (elettromagnetica, forte, debole) attribuendole a manifestazioni della geometria di dimensioni extra.

Esempio: La geometria di uno spazio a  $4 + 1$  dimensioni riproduce la fenomenologia di gravitazione ed elettromagnetismo. [Kaluza, 1921]

Difficoltà: Perché non percepiamo direttamente la quinta dimensione? Cos'ha di diverso dalle altre tre dimensioni spaziali?

Soluzione: Le dimensioni extra sono compatte. [Klein 1926]





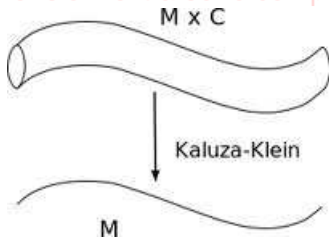
# Teorie multidimensionali: Kaluza-Klein

Idea base: Geometrizzare anche le interazioni non gravitazionali (elettromagnetica, forte, debole) attribuendole a manifestazioni della geometria di dimensioni extra.

Esempio: La geometria di uno spazio a  $4 + 1$  dimensioni riproduce la fenomenologia di gravitazione ed elettromagnetismo. [Kaluza, 1921]

Difficoltà: Perché non percepiamo direttamente la quinta dimensione? Cos'ha di diverso dalle altre tre dimensioni spaziali?

Soluzione: Le dimensioni extra sono compatte. [Klein 1926]



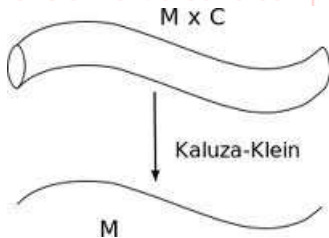
# Teorie multidimensionali: Kaluza-Klein

Idea base: Geometrizzare anche le interazioni non gravitazionali (elettromagnetica, forte, debole) attribuendole a manifestazioni della geometria di dimensioni extra.

Esempio: La geometria di uno spazio a  $4 + 1$  dimensioni riproduce la fenomenologia di gravitazione ed elettromagnetismo. [Kaluza, 1921]

Difficoltà: Perché non percepiamo direttamente la quinta dimensione? Cos'ha di diverso dalle altre tre dimensioni spaziali?

Soluzione: Le dimensioni extra sono compatte. [Klein 1926]



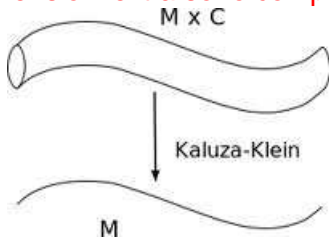
# Teorie multidimensionali: Kaluza-Klein

Idea base: Geometrizzare anche le interazioni non gravitazionali (elettromagnetica, forte, debole) attribuendole a manifestazioni della geometria di dimensioni extra.

Esempio: La geometria di uno spazio a  $4 + 1$  dimensioni riproduce la fenomenologia di gravitazione ed elettromagnetismo. [Kaluza, 1921]

Difficoltà: Perché non percepiamo direttamente la quinta dimensione? Cos'ha di diverso dalle altre tre dimensioni spaziali?

Soluzione: Le dimensioni extra sono compatte. [Klein 1926]

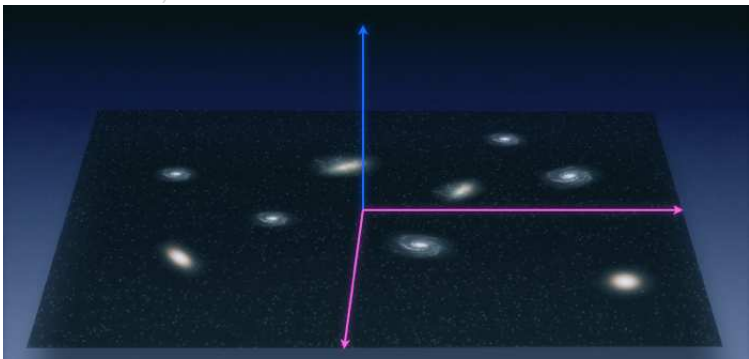


# Teorie multidimensionali: Brane world

Idea base: Oltre alle dimensioni extra “interne” allo spaziotempo, ce ne potrebbero essere di “esterne”.

Difficoltà: Perché non le percepiamo? Queste, per definizione, non possono essere compatte...

Soluzione: La materia del nostro universo è confinata su una “membrana” quadridimensionale in un “bulk” a più dimensioni — solo la gravità si propaga nel bulk (e questa è la ragione per cui è così debole).

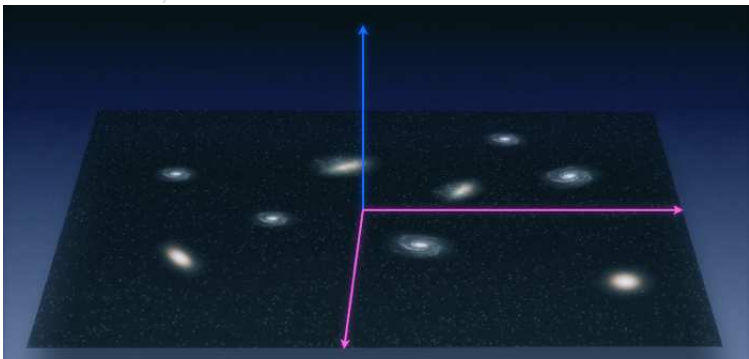


# Teorie multidimensionali: Brane world

Idea base: Oltre alle dimensioni extra “interne” allo spaziotempo, ce ne potrebbero essere di “esterne”.

Difficoltà: Perché non le percepiamo? Queste, per definizione, non possono essere compatte...

Soluzione: La materia del nostro universo è confinata su una “membrana” quadridimensionale in un “bulk” a più dimensioni — solo la gravità si propaga nel bulk (e questa è la ragione per cui è così debole).

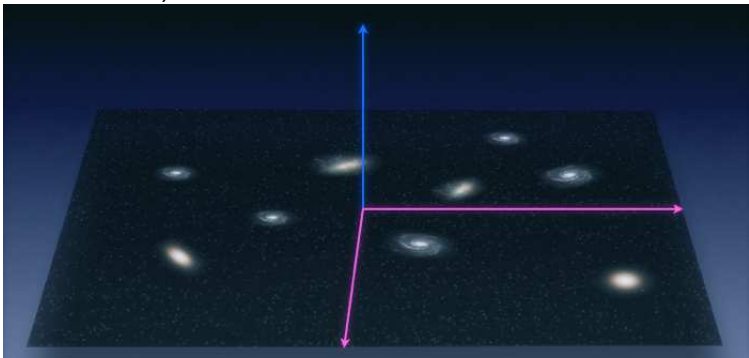


# Teorie multidimensionali: Brane world

Idea base: Oltre alle dimensioni extra “interne” allo spaziotempo, ce ne potrebbero essere di “esterne”.

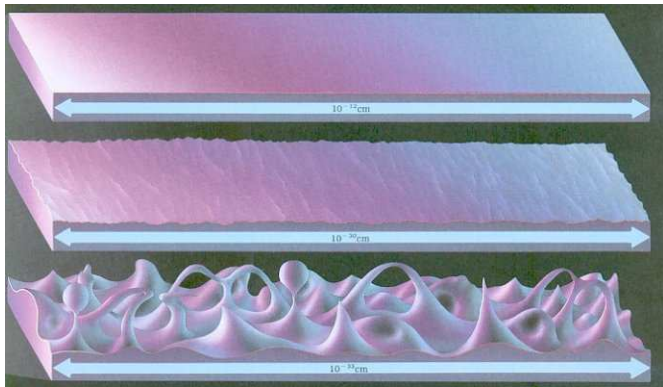
Difficoltà: Perché non le percepiamo? Queste, per definizione, non possono essere compatte...

Soluzione: La materia del nostro universo è confinata su una “membrana” quadridimensionale in un “bulk” a più dimensioni — solo la gravità si propaga nel bulk (e questa è la ragione per cui è così debole).



## E su piccole scale?

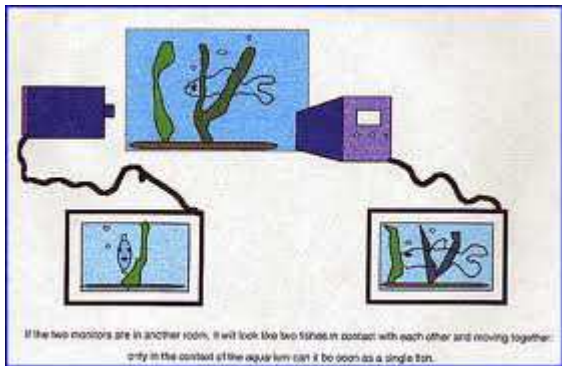
Dal momento che la geometria è un'entità dinamica, ad essa dovrebbero applicarsi i principi generali della fisica. In particolare, su piccole scale si dovrebbero verificare fluttuazioni quantistiche  $\Rightarrow$  **spacetime foam**.



Questo a scale di  $10^{-33}$  cm...

Ma forse non occorre arrivare a  $10^{-33}$  cm per dover cambiare idea sullo spazio...

La meccanica quantistica presenta caratteristiche **nonlocali**.  
[Einstein, Podolski & Rosen 1935; Bell 1964, Aspect et al. 1982]



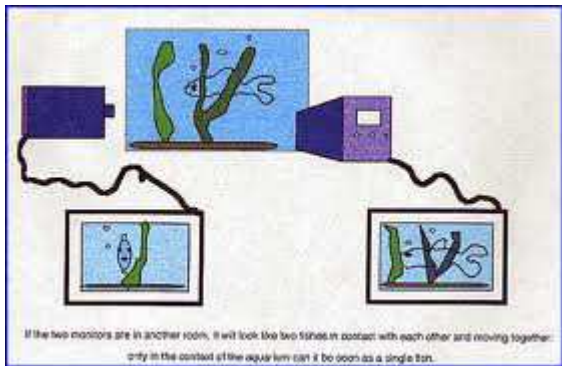
Forse punti dello spazio distinti (anche lontani) dal punto di vista macroscopico non lo sono a livello microscopico...?

**La crisi del 2000?**



Ma forse non occorre arrivare a  $10^{-33}$  cm per dover cambiare idea sullo spazio...

La meccanica quantistica presenta caratteristiche **nonlocali**.  
[Einstein, Podolski & Rosen 1935; Bell 1964, Aspect et al. 1982]

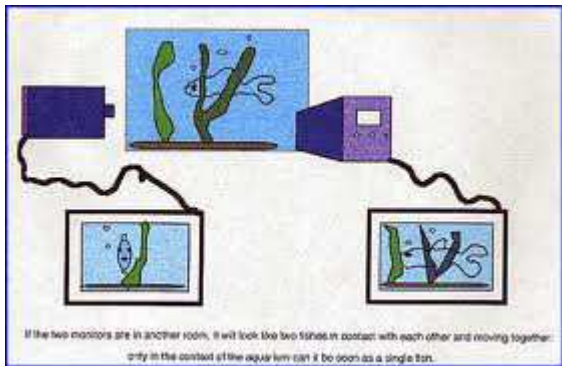


Forse punti dello spazio distinti (anche lontani) dal punto di vista macroscopico non lo sono a livello microscopico...?

La crisi del 2000?

Ma forse non occorre arrivare a  $10^{-33}$  cm per dover cambiare idea sullo spazio...

La meccanica quantistica presenta caratteristiche **nonlocali**.  
[Einstein, Podolski & Rosen 1935; Bell 1964, Aspect et al. 1982]

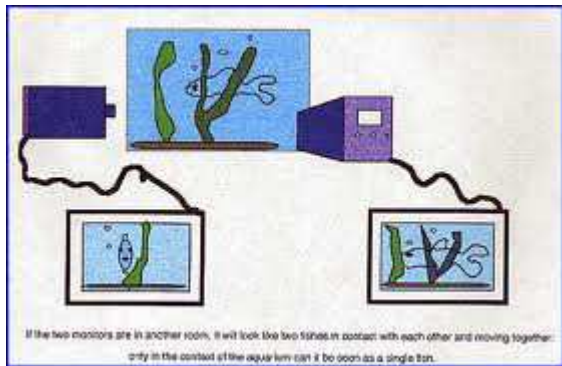


Forse punti dello spazio distinti (anche lontani) dal punto di vista macroscopico non lo sono a livello microscopico...?

La crisi del 2000?

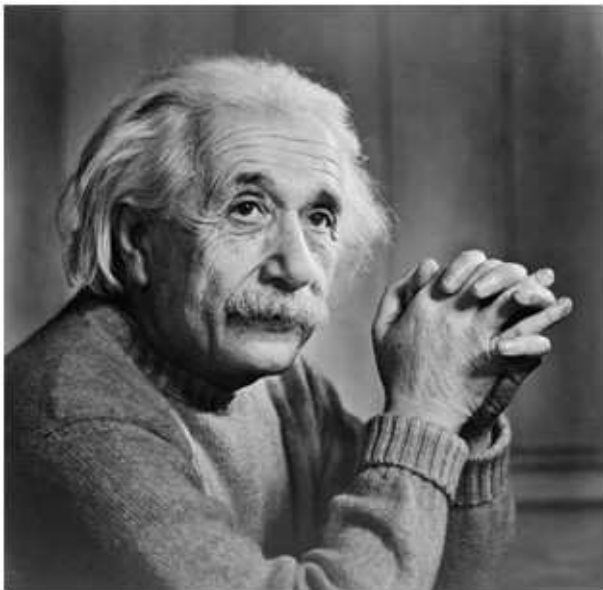
Ma forse non occorre arrivare a  $10^{-33}$  cm per dover cambiare idea sullo spazio...

La meccanica quantistica presenta caratteristiche **nonlocali**.  
[Einstein, Podolski & Rosen 1935; Bell 1964, Aspect et al. 1982]



Forse punti dello spazio distinti (anche lontani) dal punto di vista macroscopico non lo sono a livello microscopico...?

**La crisi del 2000?**



“Tempo e spazio sono modi in cui pensiamo, non condizioni in cui viviamo.”

**Grazie per l'attenzione  
dimostrata!**

**Domande? Commenti?**